



Titre: Caractérisation de rubans supraconducteurs en régime sur-critique
Title: à l'aide de pulses de courant dans les microsecondes :
développement d'une méthode d'analyse des mesures

Auteur: Simon Richard
Author:

Date: 2019

Type: Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

Référence: Richard, S. (2019). Caractérisation de rubans supraconducteurs en régime sur-critique à l'aide de pulses de courant dans les microsecondes : développement d'une méthode d'analyse des mesures [Mémoire de maîtrise, Polytechnique Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/3866/>
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**
Open Access document in PolyPublie

URL de PolyPublie:
PolyPublie URL: <https://publications.polymtl.ca/3866/>

Directeurs de recherche: Frédéric Sirois, & Yves-Alain Peter
Advisors:

Programme: Génie physique
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

CARACTÉRISATION DE RUBANS SUPRACONDUCTEURS EN RÉGIME
SUR-CRITIQUE À L'AIDE DE PULSES DE COURANT DANS LES
MICROSECONDES : DÉVELOPPEMENT D'UNE MÉTHODE D'ANALYSE DES
MESURES

SIMON RICHARD
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE PHYSIQUE)
AVRIL 2019

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

CARACTÉRISATION DE RUBANS SUPRACONDUCTEURS EN RÉGIME
SUR-CRITIQUE À L'AIDE DE PULSES DE COURANT DANS LES
MICROSECONDES : DÉVELOPPEMENT D'UNE MÉTHODE D'ANALYSE DES
MESURES

présenté par : RICHARD Simon

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. MÉNARD David, Ph. D., président

M. SIROIS Frédéric, Ph. D., membre et directeur de recherche

M. PETER Yves-Alain, Dr. Sc., membre et codirecteur de recherche

M. DUTOIT Bertrand, Ph. D., membre externe

DÉDICACE

À ma mère, tu m'as enseigné la persévérance et c'est ce qui m'a permis de réussir mes études supérieures malgré ma dyslexie, dyspraxie, dysphasie et mon TDA...

REMERCIEMENTS

Ce projet de maîtrise n'aurait pas été possible sans l'aide de plusieurs personnes formidables que je tiens à remercier. D'abord, je remercie mon directeur de maîtrise, Frédéric Sirois, pour son soutien et ses nombreux conseils. Ensuite, je remercie Christian Lacroix pour son aide précieuse tout au long de mes mesures. De plus, je remercie Bertrand Dutoit pour m'avoir invité à l'EPFL et m'avoir permis d'utiliser les équipements de son laboratoire pour mes mesures à 65 K. Finalement, je remercie Lucile Moret pour son aide pour le montage expérimental. Sa connaissance des circuits électriques et des appareils de mesure a été très utile.

Il ne faut pas oublier que ce projet de maîtrise est en réalité la continuation d'un projet de caractérisation électrique des *Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors* en régime sur-critique qui a débuté bien avant mon arrivée au laboratoire de Frédéric Sirois. Je tiens donc à remercier tous ceux qui ont travaillé sur ce projet avant moi. Je remercie particulièrement Jonathan Coulombe, qui a rendu tout ce projet possible en concevant la source de pulses de courant dans les microsecondes. Je remercie également Vincent Berseth de *Sci-Consulting*. Je remercie tout les stagiaires qui ont travaillé sur ce projet au cours des années. Par ordre chronologique de contribution, je remercie Josiane Gaudreau, Jean-Philippe Corbeil, Olivier Lavergne, Mohammed Amine Draï et Adrikou Edem Jules Woamenor.

Bien que les contributions de ceux qui m'ont précédé sont importantes, il ne faut pas oublier ceux qui vont me succéder. Je remercie donc Nicolò Riva, dont le projet de doctorat reprend en partie le travail présenté dans ce mémoire. Nos nombreuses discussions ont été pour moi une grande source d'inspiration et m'ont amené à pousser davantage mon raisonnement. Je remercie également Mathieu Masse, dont le projet de maîtrise reprend le travail là où je le laisse. Merci à vous deux de poursuivre mon travail. Grâce à vous, celui-ci aura contribué à compléter la tâche formidable qu'est de caractériser de façon cohérente le régime sur-critique des *Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors* pour des courants plusieurs fois supérieurs à leurs courants critiques.

Finalement, je remercie ma copine Alexandra pour m'avoir soutenu tout au long de ma maîtrise.

RÉSUMÉ

L'objectif principal de ce mémoire est le développement d'une technique de caractérisation électrique du régime sur-critique des supraconducteurs à haute température critique, plus précisément des *Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors* (2G HTS CCs). Le manque de données expérimentales dans ce régime s'explique par l'échauffement rapide qui survient lorsque le courant dépasse le courant critique. La vitesse d'échauffement est telle que la température peut atteindre la température critique en quelques dizaines de microsecondes. La particularité de la technique de caractérisation développée dans ce mémoire est l'utilisation d'une source de courant unique au monde pouvant fournir des pulses de plus de 1500 A, ayant des taux de montée atteignant 500 A/ μ s et permettant des durées de pulses aussi courtes que 15 μ s. L'utilisation de pulses aussi courts permet de protéger l'échantillon contre les surchauffes en réduisant la quantité totale d'énergie injectée durant la mesure.

Bien que l'utilisation de la source de pulses de courant dans les microsecondes soit un élément central de ce mémoire, le développement et l'élaboration de celle-ci n'y sont pas présentés, car cette source a été finalisée avant le début de cette maîtrise. Cependant, un des objectifs secondaires de ce mémoire est la calibration du montage expérimental, ce qui inclut l'appareil de mesure de la tension et le contrôle de la température de l'échantillon. Un problème d'oscillations parasites dans les tensions mesurées a été identifié et corrigé, améliorant ainsi la qualité des mesures. La calibration en température du montage a révélé la présence d'un gradient de 15 K sur 5 cm d'échantillon, ce qui est inacceptable lors d'une caractérisation de supraconducteurs, car leurs propriétés électriques sont très sensibles à la température. L'origine de ce gradient est l'amenée de courant en cuivre qui établit un contact thermique entre l'échantillon et l'extérieur de l'enceinte cryogénique. Malheureusement, en raison de contraintes de temps, les corrections nécessaires n'étaient pas complétées au moment d'écrire ce mémoire. Les mesures de ce mémoire ont donc été faites dans l'azote liquide. Les deux seules températures accessibles dans ce mémoire sont donc de 77 K, qui est la température d'ébullition de l'azote à pression ambiante, et 65 K, qui est la température d'ébullition de l'azote à faible pression.

La variation très rapide du courant pendant les mesures entraîne certaines complications lors de leur analyse. D'abord, l'effet de peau fait en sorte que le champ électrique et la densité de courant ne sont pas toujours uniformes dans l'échantillon. Il est important d'étudier cet effet, car le champ électrique entre les pointes de mesure ne reflète pas forcément la réponse

globale du supraconducteur, c'est-à-dire son champ électrique moyen, si le champ électrique n'est pas uniforme sur la section. Ensuite, la variation rapide de courant entraîne l'apparition de tensions induites dans les fils de mesure, et ce, même si on minimise les boucles formées par ceux-ci. Un porte-échantillon a été spécialement conçu pour minimiser l'aire des boucles des fils de mesure afin de réduire les tensions induites. Finalement, le temps de diffusion de la chaleur est plus long que le temps de la mesure. Il est donc impossible de mesurer directement la température durant un pulse de courant, et donc celle-ci doit être calculée.

Un des objectifs secondaires de ce mémoire est de présenter un modèle d'analyse des mesures. Afin d'évaluer la validité des différentes simplifications nécessaires, les différents effets évoqués précédemment de la montée rapide en courant ont été étudiés. Pour ce faire, un modèle électrodynamique basé sur la formulation en H a été couplé à un modèle thermique et implémenté dans un logiciel d'éléments finis. Ces simulations ont démontré que le champ électrique et la densité de courant s'uniformisent après un certain temps lorsqu'un plateau de courant est atteint. On nomme temps de relaxation le délai nécessaire à cette uniformisation. Le modèle d'analyse des mesures développé dans ce mémoire est le modèle UC (*Uniform Current*). Il s'agit d'un modèle électrothermique simple et peu coûteux en temps de calcul. Cependant, le modèle UC néglige l'effet de peau. Afin de le valider, le modèle électrodynamique complet a été utilisé pour simuler la réponse d'un 2G HTS CC pour différents pulses de courant et les résultats ont été utilisés comme paramètres d'entrée dans le modèle UC, c'est-à-dire que la température moyenne, le courant dans le supraconducteur et la résistivité moyenne obtenue avec le modèle électrodynamique ont servi de valeurs de références pour celles calculées avec le modèle UC. La conclusion de ces simulations est que le modèle UC est valide pour l'analyse des mesures en courant pulsé, car il calcule avec précision l'échauffement et la distribution du courant. Cependant, puisque la résistivité calculée avec le modèle UC est uniquement valide une fois le temps de relaxation atteint, il est primordial de développer une méthode pour le mesurer expérimentalement.

La tension induite dans une boucle rectangulaire parallèle à la surface de l'échantillon et près de celle-ci est liée à la distribution du champ électrique dans l'échantillon. Cette tension induite peut être utilisée pour obtenir une borne expérimentale supérieure de l'erreur du modèle UC, ce qui permet de mesurer le temps de relaxation. Dans ce mémoire, on définit le temps de relaxation comme étant le temps nécessaire à ce que la borne d'erreur mesurée du modèle UC soit inférieure à 15 %. Comme il s'agit d'une borne supérieure, l'erreur réelle d'analyse est inférieure à cette valeur. Il est inutile d'utiliser un critère d'erreur trop faible pour le temps de relaxation, car, ultimement, l'incertitude sur les mesures limite davantage la précision des résultats finaux que l'erreur du modèle UC.

Les mesures de temps de relaxation montrent que celui-ci diminue lorsque le courant augmente, jusqu'à être aussi petit que quelques microsecondes. Nous expliquons cet effet par un phénomène d'uniformisation par les pertes stipulant que la grande dépendance de la résistivité des supraconducteurs avec la température et le courant fait en sorte qu'il est de plus en plus énergétiquement défavorable de maintenir un champ électrique non uniforme lorsque le courant augmente : le champ électrique s'uniformise donc plus rapidement afin de minimiser l'énergie. L'uniformisation par les pertes a pour conséquence que le modèle UC est toujours précis en présence d'échauffement, ce qui justifie son utilisation pour caractériser le régime sur-critique.

Le dernier objectif secondaire de ce mémoire est le développement d'une méthodologie finale de caractérisation électrique des 2G HTS CCs. Celle-ci comporte quatre étapes. La première est d'utiliser des pulses de courant dans les millisecondes afin de caractériser le régime sous et près du courant critique. En effet, les temps de relaxation mesurés pour de telles valeurs de courant sont supérieurs à $100\ \mu\text{s}$, donc l'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes n'est pas justifiée, ni même appropriée, pour caractériser ce régime. Ce régime et ses méthodes de caractérisation étant déjà bien connus et discutés dans la littérature, peu d'attention lui est portée dans ce mémoire. La deuxième étape de la méthodologie finale est l'acquisition de mesures dans le régime sur-critique avec la source de pulses de courant dans les microsecondes. La troisième étape est d'utiliser le modèle UC pour extraire la résistivité des mesures prises à la seconde étape. En mesurant le temps de relaxation et en ne prenant que les mesures pour lesquelles le champ électrique est uniforme, on s'assure qu'il n'y a pas de discontinuité entre la résistivité obtenue avec les mesures de la première étape et celles de la seconde étape. La dernière étape est d'utiliser la résistivité expérimentale obtenue avec le modèle UC comme paramètre d'entrée du modèle électrodynamique pour simuler la réponse de l'échantillon. Si les tensions simulées concordent avec les tensions mesurées, alors la résistivité expérimentale obtenue est valide, car elle permet de décrire et de prévoir le comportement électrique du supraconducteur en régime sur-critique.

Les trois dernières étapes de cette méthodologie ont été appliquées à un échantillon de 2G HTS CC constitué de *Rare-Earth Barium Copper Oxide* (REBCO). Bien que la qualité des mesures puisse être améliorée, la surface de la résistivité obtenue en fonction du courant et de la température est continue et cohérente. Ces mesures prouvent donc qu'il est possible de caractériser le régime sur-critique du REBCO de façon reproductible et non destructive.

Bien que les différents objectifs de ce mémoire soient accomplis, plusieurs améliorations sont possibles, mais n'ont pas pu être apportées par manque de temps. D'abord, une plus grande campagne de mesures en température et en champ magnétique est nécessaire afin de

comparer les différents modèles théoriques décrivant la résistivité en régime sur-critique, mais cette campagne n'est pas possible tant que les corrections n'ont pas été apportées au montage de contrôle de température. Ensuite, l'application du modèle UC peut être améliorée. Pour commencer, il n'est pas possible de mesurer le temps de relaxation en présence d'un champ magnétique avec une boucle inductive rectangulaire, mais l'utilisation d'une boucle triangulaire pourrait régler ce problème en plus de réduire la différence entre l'estimation expérimentale de l'erreur du modèle UC et son erreur réelle. Ensuite, le temps de calcul du modèle UC peut être diminué de deux façons. La première est de passer d'un modèle deux dimensions (2D) à une dimension (1D), mais cette approximation nécessite davantage de simulations afin d'être validée. La deuxième façon est de résoudre analytiquement les équations du modèle UC plutôt que de les implémenter dans un logiciel d'éléments finis. La solution de Green du modèle UC a déjà été développée pour le cas 1D et elle peut être généralisée en 2D. Une autre amélioration possible à ce projet de recherche est l'utilisation d'échantillons où l'argent a été gravé sur une courte distance (environ 3 mm), ceci augmenterait le courant maximum atteint dans le supraconducteur et cette modification est même nécessaire pour atteindre le courant de rupture des paires de Cooper (courant de *depairing*). Cependant, le modèle UC devrait être adapté, car l'approximation d'un champ électrique uniforme sur la longueur de l'échantillon ne peut pas s'appliquer à des échantillons où l'argent est enlevé par endroit.

ABSTRACT

The main purpose of this thesis is the development of a characterization technique of the electrical resistivity of *Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors* (2G HTS CCs) tapes in the overcritical current regime. The lack of experimental data in this regime can be explained by the intense heating that occurs in superconductors when the current is above the critical one. Because of this heating, the temperature can reach the critical one only a few microseconds after the beginning of the measurement. To avoid the thermal destruction of the sample, we use a pulsed current source in the microsecond range. This source can reach 1500 A, with pulse duration of less than 15 μs , with a current rise rate up to 500 A/ μs . Only two versions of this source exist in the world. It was devised in Polytechnique Montreal.

Even if the use of the pulsed current source is a central point of this thesis, its design was not an objective of this master's project, so its design is not discussed in this thesis. However, the calibration and the improvement of the measurement setup, including the temperature controller, are one of the objectives of this master. Indeed, in the early stages of the project, we found that the measured voltages contained some parasitic oscillations, which we managed to correct. Also, the temperature calibration of the cryostat used for the experiments showed that the sample experienced a temperature gradient of 15 K over 5 cm. It is impossible to characterize superconductors with such a big temperature variation because of the high dependence of their electrical properties with temperature. The origin of this temperature gradient comes from the current leads, which act as a thermal bridge between the sample and the outside envelope of the cryostat, which is at room temperature. Unfortunately, we did not have time to correct this problem before the end of this master's project. Therefore, all the measurements presented in this thesis were done in liquid nitrogen, with a temperature of 77 K at atmospheric pressure and 65 K at low pressure.

The fast current rise of pulsed currents creates some complications in the data analysis. First, the electric field and current density are not always uniform over the cross-section because of the skin effect. If the electric field is not uniform, the electric field measured between the voltage taps becomes a function of the lateral position of these taps across the width of the tape, and the measured field cannot be used to determine the resistivity, as one does not know the local current density corresponding to this electric field. It is thus important to study the impact of the skin effect on the measured voltage. The second complication is the parasitic inductive voltages generated in the measurement loop formed by

the voltage leads. To reduce the impact of the inductive voltages, we use a special sample-holder in which the surface of these loops has been minimized. Finally, the measurement duration is shorter than the heat diffusion time through the sample thickness. Because of that, it is impossible to measure in real time the temperature, so the temperature needs to be calculated a posteriori, i.e. after the measurement.

One of the goals of this master's project is to develop a data analysis model. The first step of its development is to study the impacts of the fast current rise on the measurements. To achieve this, we use a magneto-thermal model based on the H formulation and we implement it in a commercial finite element software. These simulations show that, once the total current is constant, the current density, and the electric field become uniform after a delay corresponding to the magnetic relaxation time. After the relaxation time, the skin effect can safely be neglect. The data analysis model developed in this thesis is called homogeneous current model, or UC model. It is a simple electro-thermal model wich requires little computational resources, but it neglects the skin effect. To study the impact of this approximation on the calculated temperature, current and resistivity, we use the results of the full magneto-thermal model as input to the UC model. In this way, the simulation results of the magneto-thermal model can be taken as reference results, and the UC model is expected to retrieve the resistivity of the superconductor used in the magneto-thermal model. These simulations show that the temperature and current calculated with the UC model always fit with the real values, i.e. the values obtained with the magneto-thermal model. The resistivity calculated with the UC model only fits the reference resistivity after a delay corresponding to the relaxation time, i.e. when the electric field becomes uniform and the skin effect can be neglect. The conclusion of these simulations is that the UC model is valid for the data analysis of pulsed current measurements, but only after the relaxation time. It is thus important to find an experimental technique to evaluate this relaxation time.

In terms of findings, we found that the inductive voltage in a rectangular loop placed at the surface of a sample gives some information about the electric field distribution. The inductive voltage measured by this loop can be used to bound the error of the UC model. The relation between the uniformity of the electric field and the UC model error allows us to use the last one to define the relaxation time, so we define it as the time at which the UC model error is below 15 %. It is possible to use a lower criterion on the UC model error to define the relaxation time, but its experimental value is an overestimation based on an inductive voltage measurement, so the real error is less than the measured one. In fact, in presence of heating, the error on the calculated resistivity is dominated by the uncertainty on the measured values (voltages and current) and the impact of the UC model approximations can be neglected.

The relaxation time measurements show that it can vary between tens of microseconds down to a few microseconds, and it decreases when the current increases. We explain this trend by a phenomenon called "homogenization by the loss". Because of the high dependence of the superconductor resistivity with the temperature and the current, the energy cost of a non-uniform current density increases with the total current. To minimize energy loss, the current profile in a superconductor quickly becomes uniform. The UC model is thus always valid when the current is high enough to heat the sample. We conclude that the UC model is perfect to characterize the over-critical regime of superconductors.

The last goal of the master's project is to develop a universal methodology to characterize the electric behavior of 2G HTS CCs. This methodology has four steps. The first one is to use millisecond current pulses whose amplitude is near or below the critical current for different initial temperatures. This regime cannot be characterized with microsecond current pulses because the corresponding relaxation times are above $100\ \mu\text{s}$. Anyways, the superconductor resistivity for current near and below the critical one is well known and well documented. For this reason, this thesis focuses on the over-critical regime. The second step of the methodology is to do microsecond current pulses for currents above the critical one and for different initial temperatures. The third step is to use the UC model to obtain the superconductor resistivity. The relaxation time criterion based on the inductive voltage can be used to ensure that the final resistivity surface is continuous, i.e. there is no gap between the data of the millisecond pulses and the microsecond pulses. The last step is to use the experimental resistivity calculated with the UC model as an input for the magneto-thermal model and to simulate the voltage for an experimental current pulse. If the simulated voltage fit with the measured one, the experimental resistivity is valid because it allows us to predict the electrical behavior of the sample in the over-critical regime.

The three last steps of the proposed methodology were applied on a 2G HTS CC sample with *Rare-Earth Barium Copper Oxide* (REBCO) as superconductor. We successfully obtain a coherent resistivity surface over a large range of current and temperature in the over-critical regime. Even if these measurements can be improved, they show that the characterization technique developed in this thesis is valid and non-destructive.

Some improvements to this project are possible but were not completed by lack of time. The first one is to make more measurements on a larger temperature and current range and to include some measurements with an external magnetic field. These data would enable us to discuss the validity of existing superconductor resistivity model, but the temperature problem needs to be solved before that. The UC model is good, but we can optimize its implementation. The relaxation time criterion based on the inductive voltage in a rectangular

loop is not valid in presence of an external magnetic field. To correct this, we can use a triangular loop instead of a rectangular one. This modification can also reduce the gap between the upper bound of the UC model error and the real error. The calculation time of the UC model can also be reduced. To achieve this, we can use a one dimension (1D) model instead of a two dimensions (2D) one, but we first need to study the impact of the one dimension (1D) approximation on the results. Another way to reduce the calculation time of the UC model is to solve it analytically instead of implementing it in a finite element software. We already found the Green's solution of the UC model for the 1D case and the same method can be used in 2D. Another improvement of this project would be to use coated conductor samples on whose silver is etched on a short distance (about 3 mm). It would allow us to reach a higher current in the superconductor by forcing it to flow entirely in it where silver has been etched. Before that, we need to modify the UC model because the hypothesis of uniform electric field over the length of the sample might not be valid in this case (to be verified).

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	ix
TABLE DES MATIÈRES	xiii
LISTE DES TABLEAUX	xvi
LISTE DES FIGURES	xvii
LISTE DES ABRÉVIATIONS ET NOTATIONS	xxii
LISTE DES ANNEXES	xxvii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION ET REVUE DE LITTÉRATURE	1
1.1 Concepts de base de la supraconductivité	3
1.1.1 Origine de la supraconductivité et théorie BCS	3
1.1.2 Propriétés de base et limites de la supraconductivité	4
1.1.3 Types de supraconductivité	5
1.1.4 Résistivité des supraconducteurs	6
1.2 Modélisation électromagnétique	9
1.2.1 Relaxation magnétique	10
1.2.2 Formulation en H	11
1.3 Problématiques	12
1.3.1 Instabilité thermique et <i>quench</i>	13
1.3.2 Interprétation des courbes $I - V$	18
1.4 Objectifs et plan du mémoire	20
CHAPITRE 2 CONTEXTE EXPÉRIMENTAL	22
2.1 Instrumentation et calibration	22
2.1.1 Sources de courant	22
2.1.2 Mesure de tension	23

2.1.3	Cryostat et température	27
2.2	Échantillons	28
2.2.1	Géométrie	28
2.2.2	Propriétés de base	30
CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : POST-PROCESSING METHOD FOR EXTRACTING REBCO RESISTIVITY OF COATED CONDUCTORS IN OVER-CRITICAL CUR- RENT CONDITIONS FROM ULTRA-FAST V-I PULSED CURRENT MEASURE- MENTS		32
3.1	Introduction	33
3.2	Current and voltage dynamics during fast current pulses	34
3.2.1	Magneto-thermal model	34
3.2.2	Coated conductor model	36
3.2.3	Current density and electric field profiles during pulses	38
3.2.4	Induced voltage and relaxation time	39
3.2.5	Voltage measurement during pulses	41
3.2.6	Simulated voltage measurements	43
3.2.7	Experimental validation of voltage measurement simulations	44
3.3	Model for data analysis	45
3.3.1	Uniform Current (UC) model	45
3.3.2	Accuracy of UC model	47
3.4	Experimental results	52
3.4.1	Measurements on 2G HTS CCs in over-critical current conditions . .	52
3.4.2	Relaxation time	56
3.5	Conclusion	58
CHAPITRE 4 RÉSULTATS FINAUX ET DISCUSSION GÉNÉRALE		61
4.1	Relaxation magnétique	61
4.1.1	Uniformisation par les pertes	61
4.1.2	Effets et optimisation du temps de montée en courant	66
4.1.3	Limites et optimisation du critère d'erreur	72
4.2	Application du modèle UC	77
4.2.1	Résistivité expérimentale	77
4.2.2	Validation finale de la résistivité	81
4.2.3	Méthodologie finale	83
CHAPITRE 5 CONCLUSION		85

5.1 Synthèse des travaux	85
5.2 Limitations de la solution proposée	86
5.3 Améliorations futures	88
5.4 Conclusion	90
BIBLIOGRAPHIE	92
ANNEXES	98

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1	Paramètres des matériaux utilisés pour les simulations à 77 K	15
Table 3.1	Parameters used for studying the electrodynamic of pulsed currents. .	38

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Illustration d'une courbe $E - J$ idéale isothermique. Les trois régimes de la résistivité électrique y sont représentés.	8
Figure 1.2	Géométrie des échantillons STI utilisés. Le schéma n'est pas à l'échelle.	14
Figure 1.3	Profil simulé de la température sur l'épaisseur d'un ruban STI pour différents temps avec une source de chaleur $Q = \rho_{Ag} J_c^2$ entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$. Le stabilisateur d'argent est entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 2 \mu\text{m}$, le REBCO est entre $y = 2 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$ tandis que le substrat d'hastelloy est entre $y = 3 \mu\text{m}$ et $y = 103 \mu\text{m}$	16
Figure 1.4	Profil de la température sur l'épaisseur d'un ruban STI pour différents temps avec une source de chaleur $Q = \rho_{Ag} J_c^2$ entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$. La géométrie simulée est la même qu'à la figure 1.3, mais un bloc d'argent a été rajouté entre $y = -500 \mu\text{m}$ et $y = 0 \mu\text{m}$. Il est en parfait contact thermique avec l'échantillon, mais il en est isolé électriquement.	17
Figure 2.1	Comparaison entre les amplitudes mesurées des fonctions de transfert et celles fournies par la documentation du 8-CIAS [31].	25
Figure 2.2	Comparaison entre les phases mesurées des fonctions de transfert et celles fournies par la documentation du 8-CIAS [31].	26
Figure 2.3	Comparaison entre la reconstruction obtenue en utilisant la fonction de transfert de la documentation du 8-CIAS [31], H_{doc} , avec celle obtenue en utilisant la fonction de transfert mesurée, H_{exp} . Les reconstructions originales (Ori), c'est-à-dire sans la correction du décalage temporel, et celles avec le décalage temporel corrigé (Cor), qui est de $6 \mu\text{s}$ dans ce cas, sont présentées.	26
Figure 2.4	Profils longitudinaux de la température d'un échantillon de cuivre dans le cryostat en fonction de la température T_s mesurée par le senseur situé sous le porte-échantillon pour des mesures avec l'amenée de de courant (AA) et sans amenée de courant (SA).	28
Figure 2.5	Géométrie des échantillons SP utilisés. Le schéma n'est pas à l'échelle.	29
Figure 2.6	Résistance en fonction de la température de l'échantillon SP03R pour un courant de 100 mA. On remarque que la température critique est de 91,5 K.	31

Figure 2.7	Comparaison entre la courbe $E - I$ du ruban SP SP03R à 77 K et la la loi de puissance avec $I_c = 105,5$ A et $n = 19$ pour $E_{cr} = 100 \mu\text{V}/\text{cm}$.	31
Figure 3.1	Typical current pulse used for the electrical characterization of HTS coated conductors (CCs). The pulse is characterized by i) a rise time (t_r), ii) a current amplitude (I_{max}), and iii) a plateau duration (t_p).	34
Figure 3.2	Géométrie de l'échantillon et du retour du courant	36
Figure 3.3	Current density (a) and electric field (b) profiles simulated for a current pulse of $I_{max} \approx 1.5I_c = 135$ A, $t_r = 10 \mu\text{s}$ and $t_p = 100 \mu\text{s}$, in a regular REBCO CC (full lines), and in a fictitious CC where REBCO has been replaced by silver (dashed lines). This illustrates how the presence of REBCO strongly influences the profiles and their relaxation times.	39
Figure 3.4	Ideal geometry of an inductive loop located on the surface of a HTS tape sample. The inductive voltage is simply $V_i = -d\Phi/dt$, where Φ is the total flux linking the loop defined by the surface S_i	40
Figure 3.5	Realistic geometry of a voltage measurement setup for a HTS tape, showing 4 contact points (voltage taps) on the tape surface (black dots). The different lines correspond to wires used as voltage leads for three voltmeters. For practical reasons, these wires cannot be in the sample plane as the sample surface. In our physical setup, we have $h \approx 0.7$ mm and $\ell = 3.4$ cm.	41
Figure 3.6	Simulated values of v_i^h , E^c , E^s , v^c and v^s for a current pulse of $I_{max} = 150$ A ($\approx 1.65I_c(77\text{ K})$) and $t_r = 10 \mu\text{s}$. The sample temperature was also simulated, but results are not shown here.	44
Figure 3.7	Comparison between the experimental voltages (exp) and the voltages simulated with the magneto-thermal (MT) model, when a 15 kHz AC current of 16.9 A peak-to-peak AC is imposed in a 4-mm wide and 50.8- μm thick copper strip immersed in liquid nitrogen. The voltage leads configuration is that illustrated in figure 3.5.	45
Figure 3.8	Average temperature of the superconductor obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model for current pulses with $t_r = 10 \mu\text{s}$, $t_p = 100 \mu\text{s}$ and different $p = I_{max}/I_c(77\text{ K})$	48
Figure 3.9	Total current in the superconductor obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model for current pulses with $t_r = 10 \mu\text{s}$, $t_p = 100 \mu\text{s}$ and different $p = I_{max}/I_c(77\text{ K})$	49
Figure 3.10	Absolute value of relative error on current in REBCO calculated with the UC model, for the same values of p as in figure 3.9.	50

Figure 3.11	REBCO resistivity obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model, for current pulses with $t_r = 10 \mu s$, $t_p = 100 \mu s$ and different $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$	51
Figure 3.12	Solid lines: absolute value of $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ (real), for the same values of p as in figure 3.11. Symbols: upper bound of the relative error (max), calculated with (3.18).	51
Figure 3.13	(a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 144 \text{ A}$ ($\approx 1.6I_c(77 \text{ K})$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. Valid data range was determined using the condition $ v_i^h/v^c < 5 \%$	53
Figure 3.14	(a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 251 \text{ A}$ ($\approx 2.75I_c(77 \text{ K})$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. Valid data range was determined using the condition $ v_i^h/v^c < 5 \%$	53
Figure 3.15	(a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 367 \text{ A}$ ($\approx 4I_c(77 \text{ K})$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. The dotted black line at $t = 50 \mu s$ corresponds approximately to $\langle T \rangle_{HTS}^{UC} = T_c$. The dashed lines corresponds to the UC model results obtained after increasing $v^c(t)$ by 5%. Valid data range was determined using $ v_i^h/v^c < 2 \%$	53
Figure 3.16	REBCO resistivity vs. J and T , obtained from the three cases presented in section 3.4.1. More specifically, data points identified as 1, 2 and 3 were determined from the curves presented in figures 3.13, 3.14 and 3.15, respectively (only the intervals identified as valid were used).	55
Figure 3.17	Maximum relative error on HTS measured resistivity ρ_{HTS}^{UC} , for a REBCO tape with $T_0 = 77 \text{ K}$, for various pulses with $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$. All pulses began at $t = 0 \mu s$ and reached their maximum constant current at $t = 10 \mu s$ (dashed black line). The error plotted could be biased by noise and uncertainty on voltage measurements.	56
Figure 3.18	Minimum pulse plateau duration t_p^{min} vs. plateau current I_{max} required to keep the measured resistivity ρ_{HTS}^{UC} below a maximum error threshold. Data taken at two different initial temperatures are shown, i.e. $T_0 = 77 \text{ K}$ and $T_0 = 65 \text{ K}$. Data for $T_0 = 77 \text{ K}$ were taken directly from figure 3.17.	57

Figure 4.1	Courbes de la variation relative des pertes totales $P_\ell(\alpha)/P_\ell(\alpha = 0) - 1$ en fonction de α pour différentes valeurs de n . Le cas $n = 1$ correspond à un conducteur ohmique, c'est-à-dire que la résistivité est indépendante du courant.	64
Figure 4.2	Valeurs de P_{moy} et de Q_{tot} simulées en fonction de t_r pour un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour différents courants. Les quatre temps de montée simulés sont 5, 10, 20 et 40 μ s.	67
Figure 4.3	Valeurs de $ \xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r) $, $(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC})$, et de la borne sur l'erreur $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$, (bor), obtenues pour une simulation d'un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour un courant total de 250 A à 77 K et pour différents temps de montée en courant.	68
Figure 4.4	Températures moyennes du REBCO, T_{HTS} , correspondantes aux simulations de la figure 4.3.	69
Figure 4.5	Valeurs de $ \xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r) $, $(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC})$, et de la borne sur l'erreur $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$, (bor), obtenues pour une simulation d'un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour un courant total de 100 A à 77 K et pour différents temps de montée en courant.	70
Figure 4.6	Température moyenne du REBCO, T_{HTS} , correspondantes aux simulations de la figure 4.5.	70
Figure 4.7	Mesures de v_i^h/v^c à 77 K pour l'échantillon SP03R sur une longueur de 3,4 cm pour une montée en courant rapide, $t_r=3 \mu$ s (R), et une montée lente, $t_r=32 \mu$ s (L).	72
Figure 4.8	Géométrie d'une boucle inductive triangulaire.	73
Figure 4.9	Erreur du modèle UC obtenue par simulation pour un pulse de 250 A avec un $t_r=10 \mu$ s à 77 K. La figure compare les résultats pour une boucle inductive rectangulaire (rectangle) avec ceux pour une boucle triangulaire (triangle). $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ (triangle) a été calculé en prenant v^s comme variable d'entrée pour le modèle UC.	76
Figure 4.10	Erreur du modèle UC obtenue par simulation pour un pulse de 100 A avec un $t_r=10 \mu$ s à 77 K. Les quantités comparées sont les mêmes qu'à la figure 4.9.	76
Figure 4.11	Résistivité expérimentale du REBCO de l'échantillon SP03R calculée avec le modèle UC. Tous les pulses utilisés ont un t_r de 10 μ s et seule la partie du plateau du courant pour laquelle $ \xi_{\rho_{HTS}}^{UC} \leq 15 \%$ a été utilisée.	77
Figure 4.12	Projection de la figure 4.11 sur le plan $T_{HTS}^{UC} - I_{HTS}^{UC}$	78

Figure 4.13	Coupe transversale de la figure 4.11 pour les températures entre 77 K et 77,1 K ($T_{HTS}^{UC}=77$ K) ainsi qu'entre 65 K et 65,2 K ($T_{HTS}^{UC}=65$ K).	78
Figure 4.14	Projection sur le plan $T_{HTS}^{UC} - \rho_{HTS}^{UC}$ de la figure 4.11 pour les hautes résistivités.	79
Figure 4.15	Coupe transversale de la figure 4.11 pour les températures entre 80,95 K et 81,25 K.	80
Figure 4.16	Comparaison entre les mesures expérimentales de la tension au centre (Exp) avec celles simulées en utilisant la résistivité expérimentale du REBCO dans le modèle électrodynamique (SIM). Le courant total des différents pulses est aussi représenté. Les données de cette figure proviennent de [43] pour des pulses de courant ayant une température initiale de 77 K.	82
Figure B.1	Exemple d'un pulse de 44 A. Dans ce régime, les tensions inductives parasites dominent la mesure.	100
Figure B.2	Exemple d'un pulse de 95 A.	100
Figure B.3	Exemple d'un pulse de 129 A. On remarque qu'il commence à y avoir de la dissipation, car les tensions mesurées convergent vers un plateau de valeur non nulle.	101
Figure B.4	Exemple d'un pulse de 171 A. La dissipation est importante et il commence à y avoir de l'échauffement. On remarque également des oscillations dans la reconstruction de la mesure de v^s , mais leur amplitude est faible.	101
Figure B.5	Exemple d'un pulse de 240 A. La relaxation magnétique est très rapide et v^c tend rapidement vers v^s . De plus, la tension induite parasite est de plus en plus négligeable dans la mesure, c'est-à-dire que la tension résistive domine la mesure.	102
Figure B.6	Exemple d'un pulse de 378 A. À des courants aussi élevés, les tensions induites parasites et la relaxation magnétique sont négligeables et la tension augmente rapidement en réponse à l'échauffement.	102
Figure C.1	Mesures expérimentales du courant et de la tension d'un pulse. . . .	109
Figure C.2	Comparaison entre les profils de température de la solution analytique (AN) du modèle UC en 1D avec ceux de la solution par éléments finis (EF) du modèle UC en 1D. Le pulse utilisé est celui de la figure C.1. . . .	109

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET NOTATIONS

Remarque générale

Sauf allusion contraire, l'erreur du modèle UC réfère à l'erreur causée par la non-uniformité du champ électrique, c'est-à-dire qu'on exclut les sources d'erreurs expérimentales telles que l'incertitude sur la tension mesurée, sur la résistivité de l'argent et sur les propriétés thermiques des matériaux ainsi que les erreurs numériques, car ces incertitudes ne sont pas intrinsèques au modèle UC mais dépendent de son application.

Abréviations

1D	Une dimension
2D	Deux dimensions
3D	Trois dimensions
2G HTS CCs	<i>Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors</i>
8-CIAS	<i>8-Channel Isolated Amplifier System</i>
AC	Courant alternatif
BCS	Bardeen, Cooper et Schrieffer
BF	Basses fréquences
DC	Courant continu
EPFL	École Polytechnique Fédérale de Lausanne
HF	Hautes fréquences
HTS	<i>High Temperature Superconductors</i>
REBCO	<i>Rare-Earth Barium Copper Oxide</i>
SP	<i>SuperPower</i>
SQUIDs	<i>Superconducting Quantum Interference Devices</i>
STI	<i>Superconductor Technologies Inc.</i>
UC	<i>Uniform Current</i>
YBCO	Composé de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$, où x varie selon le fabricant

Notations

α	Paramètre d'uniformité du courant [sans unité]
Δ	Gap entre la surface de Fermi et l'énergie des paires de Cooper [J]
δ	Longueur de pénétration de l'effet de peau [m]
η_v	Constante de viscosité de \vec{F}_v [Nm/s]
ℓ	Distance de mesure [m]
κ	Conductivité thermique [W/mK]
λ	Profondeur de pénétration de London [m]
ξ	Longueur de cohérence de Ginzburg-Landau [m]
$\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$	$= (\langle \rho_{HTS} \rangle - \rho_{HTS}^{UC}) / \rho_{HTS}^{UC}$ [%]
$\xi_{I_{HTS}}^{UC}$	$= (I_{HTS} - I_{HTS}^{UC}) / I_{HTS}$ [%]
ρ	Résistivité [Ωm]
ρ_{Ag}	Résistivité de l'argent [Ωm]
ρ_{ff}	Résistivité en <i>flux flow</i> [Ωm]
ρ_{Hast}	Résistivité de l'hastelloy [Ωm]
ρ_{HTS}	Résistivité du HTS [Ωm]
ρ_{HTS}^{MT}	Résistivité moyenne du HTS pour le modèle électrodynamique [Ωm]
ρ_{HTS}^{model}	Résistivité du HTS pour un modèle quelconque [Ωm]
ρ_{HTS}^{UC}	Résistivité moyenne du HTS pour le modèle UC [Ωm]
ρ_{REBCO}	Résistivité du REBCO [Ωm]
ρ_L	Résistivité par unité de longueur, $\rho_L = V/(\ell I)$ [Ω/m]
ϕ	Potentiel scalaire [V]
\vec{A}	Potentiel vecteur [Vs/m]
\vec{B}	Vecteur de densité de flux magnétique [T]
B	Densité de flux magnétique [T]
c_v	Capacité calorifique volumique [$\text{J}/\text{m}^3\text{K}$]
D	Coefficient de diffusion thermique $D = \kappa/c_p$ [m^2/s]
\vec{E}	Vecteur de champ électrique [V/m]
E	Amplitude de \vec{E} [V/m]
E_{cr}	Champ électrique critique [V/m]
E_z	Composante en z de \vec{E} [V/m]
\vec{F}_A	Force d'ancrage des vortex [N]
\vec{F}_L	Force de Lorentz sur les vortex [N]
\vec{F}_v	Force visqueuse s'opposant au mouvement des vortex [N]
f	Fréquence [Hz]
\vec{H}	Vecteur de champ magnétique [A/m]

H	Amplitude de \vec{H} [A/m]
H_c	Champ critique [A/m]
H_{c1}	Champ critique auquel les vortex se forment [A/m]
H_{c2}	Champ critique auquel les paires de Cooper sont détruites dans un supraconducteur de type II [A/m]
I	Courant [A]
I_{Ag}	Courant total dans l'argent [A]
I_{Ag}^{UC}	Courant total dans l'argent calculée avec le modèle UC [A]
I_c	Courant critique pour lequel le champ électrique est égal à E_{cr} [A]
I_d	Courant de <i>depairing</i> , courant générant un champ propre suffisant pour que H_{c2} soit atteint (en incluant la présence de champ externe) [A]
I_{Hast}	Courant dans l'hastelloy [A]
I_{Hast}^{UC}	Courant dans l'hastelloy calculée avec le modèle UC [A]
I_{HTS}	Courant dans le HTS [A]
I_{HTS}^{MT}	Courant dans le HTS calculée avec le modèle électrodynamique [A]
I_{HTS}^{UC}	Courant dans le HTS calculée avec le modèle UC [A]
I_{max}	Courant maximum d'un pulse de courant [A]
I_t	Moitié du courant total [A]
I_{tot}	Courant total [A]
I^*	Courant de <i>quench</i> [A]
\vec{J}	Vecteur de densité de courant [A/m ²]
J	Amplitude de \vec{J} [A/m ²]
J_{Ag}	Densité de courant dans l'argent [A/m ²]
J_{Ag}^{UC}	Densité de courant dans l'argent calculée avec le modèle UC [A/m ²]
J_c	Densité du courant lorsque $I = I_c$ [A/m ²]
J_{Hast}	Densité de courant dans l'hastelloy [A/m ²]
J_{Hast}^{UC}	Densité de courant dans l'hastelloy calculée avec le modèle UC [A/m ²]
J_{HTS}	Densité de courant dans le HTS [A/m ²]
J_{HTS}^{MT}	Densité de courant dans le HTS calculée avec le modèle électrodynamique [A/m ²]
J_{HTS}^{UC}	Densité de courant dans le HTS calculée avec le modèle UC [A/m ²]
J_z	Composante en z de \vec{J} [A/m ²]
\vec{k}	Vecteur d'onde [1/m]
n	Exposant de la loi de puissance [sans unité]
P_ℓ	Pertes par unité de longueur [W/m]
P_{moy}	Puissance moyenne dissipée durant la montée en courant [W/m]

p	$p = I_{max}/I_c$ [sans unité]
Q	Source de chaleur [W/m ³]
Q_{tot}	Chaleur totale dissipée pendant la montée en courant [J/m]
S_i	Surface contenant le flux magnétique qui induit V_i [m ²]
S_i^c	Surface contenant le flux magnétique qui induit V_i^c [m ²]
S_i^h	Surface contenant le flux magnétique qui induit V_i^h [m ²]
S_i^s	Surface contenant le flux magnétique qui induit V_i^s [m ²]
SR	Un Simon Richard [trop génial pour être mesuré]
S_{HTS}	Section du HTS [m ²]
T	Température [K]
T_0	Température initiale [K]
T_c	Température critique [K]
T_{HTS}	Température moyenne dans le supraconducteur [K]
T_{HTS}^{MT}	Température moyenne calculée avec le modèle électrodynamique dans le supraconducteur [K]
T_{HTS}^{UC}	Température moyenne calculée avec le modèle UC dans le supraconducteur [K]
T_s	Température mesurée par le senseur de température [K]
t	Temps [s]
t_p	Durée du plateau en courant (<i>pulse time</i>) [s]
t_r	Temps de montée en courant (<i>rise time</i>) [s]
V	Tension [V]
\vec{v}	Vecteur de la vitesse des vortex [m/s]
V_i	Tension induite dans une boucle rectangulaire collée à la surface de l'échantillon [V]
v_i	V_i normalisé par la longueur de mesure [V/m]
V_i^c	Tension induite parasite à la mesure de V^c [V]
v_i^c	V_i^c normalisé par la longueur de mesure [V/m]
V_i^h	Tension induite mesurée dans la boucle parallèle à la surface de l'échantillon [V]
v_i^h	V_i^h normalisé par la longueur de mesure [V/m]
V_i^s	Tension induite parasite à la mesure de V^s [V]
v_i^s	V_i^s normalisé par la longueur de mesure [V/m]
V_i^t	Tension induite dans une boucle inductive triangulaire collée à la surface de l'échantillon [V]
v_i^t	V_i^t normalisé par la longueur de mesure [V/m]

V^c	Tension mesurée au centre de l'échantillon [V]
v^c	V^c normalisé par la longueur de mesure [V/m]
V^s	Tension mesurée au bord de l'échantillon [V]
v^s	V^s normalisé par la longueur de mesure [V/m]

Constantes

μ_0	Perméabilité du vide [$4\pi \cdot 10^{-7}$ kgm/A ² s ²]
ϕ_0	Quanta de densité flux magnétique dans un vortex valant $h/2e$ [Tm ²]
e	Charge élémentaire [$1,60218 \cdot 10^{-19}$ C]
h	Constante de Planck [$6,62607 \cdot 10^{-34}$ m ² kg/s]

LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Force visqueuse quadratique et son effet sur le modèle du <i>flux flow</i> .	98
Annexe B	Exemples de mesure	99
Annexe C	Fonction de Green de l'équation de la chaleur en 1D et application au modèle UC	103
Annexe D	Solution de Green en 2D	110

CHAPITRE 1 INTRODUCTION ET REVUE DE LITTÉRATURE

La supraconductivité a été découverte dans le mercure en 1911 par Onnes [1]. Lorsque la température et le champ magnétique sont sous un certain seuil, les supraconducteurs ont une résistance électrique nulle. Onnes a rapidement compris que ces matériaux avaient un potentiel immense [2], car ils rendent possible la fabrication d'électroaimants bien plus puissants et moins coûteux que ce qui est possible de faire avec des électroaimants classiques, c'est-à-dire les électroaimants faits de conducteurs normaux tels que le cuivre. En plus de permettre la génération de champs magnétiques dépassant 10 T (certains électroaimants supraconducteurs atteignent même 20 T [2]), les supraconducteurs peuvent être utilisés pour réduire et même éliminer les pertes liées au transport de l'électricité. De plus, certaines technologies telles que les limiteurs de courant supraconducteurs et les *Superconducting Quantum Interference Device* (SQUIDS) ne sont possibles que grâce aux supraconducteurs.

Malheureusement, les limites en champ magnétique et en température de l'état supraconducteur ont retardé le développement d'applications utilisant la supraconductivité. En effet, certains supraconducteurs ont un champ magnétique critique trop faible, pouvant même être inférieur à 50 mT à 0 K [3], pour être utilisés dans des électroaimants. De plus, le coût d'utilisation d'hélium liquide (température d'évaporation de 4 K) pour refroidir les supraconducteurs sous leur température critique nuit à leur application à grande échelle. En 1986, une nouvelle classe de composés supraconducteurs a été découverte et le record de la température critique la plus élevée est passé de 23 K pour le composé A15 à 38 K pour le $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ [4], et ainsi sont nés les supraconducteurs à haute température critique. Quelques mois plus tard, une température critique de 92 K a été mesurée pour un composé de $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ (YBCO) [2] [4]. Le seuil de 77 K, qui correspond à la température d'évaporation de l'azote liquide, venait d'être franchi, rendant ainsi les supraconducteurs à haute température critique attrayants, car le coût de l'azote liquide est très inférieur à celui de l'hélium liquide.

Malgré le fait que plus de 30 ans se sont écoulés depuis la découverte des supraconducteurs à haute température critique, il n'existe pas de modèle physique accepté par la communauté scientifique expliquant de façon satisfaisante l'origine de la supraconductivité dans ces matériaux. De plus, il n'existe que très peu de mesures expérimentales cohérentes de leur comportement électrique dans le régime sur-critique, ce qui limite le développement de modèles théoriques et d'applications [5]. En effet, la caractérisation du régime près du courant critique n'est pas suffisante pour valider ou invalider les différents modèles décrivant la résisti-

tivité des supraconducteurs, car ce régime représente une proportion trop faible de leur régime résistif pour être représentatif de tous les phénomènes en jeux. La caractérisation du régime sur-critique est donc une étape nécessaire pour l'amélioration de notre compréhension des supraconducteurs. Ces connaissances sont nécessaires pour l'optimisation des performances et de la fabrication de rubans supraconducteurs. De plus, certaines applications, telles que les limiteurs de courant supraconducteurs, opèrent dans le régime sur-critique, une bonne connaissance de celui-ci est donc requise. Le manque de données dans ce régime s'explique principalement par la génération de chaleur très rapide une fois le courant critique dépassé. La génération de chaleur est particulièrement importante pour les supraconducteurs ayant une densité de courant critique élevée, ce qui signifie que les supraconducteurs les plus prometteurs pour les applications de puissance sont aussi les plus difficiles à caractériser. En effet, une densité de courant critique élevée permet de transporter plus de courant sans perte et de générer des champs magnétiques plus forts.

Ce mémoire se consacre donc à l'élaboration et la validation d'une méthodologie de caractérisation électrique des *Second Generation High Temperature Superconductor Coated Conductors* (2G HTS CCs), surtout ceux faits de REBCO, basée sur l'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes. Plus particulièrement, une source de courant unique au monde pouvant atteindre un taux de variation de courant de plus de $500 \text{ A}/\mu\text{s}$, générant des pulses carrés de courant aussi courts que $15 \mu\text{s}$ et atteignant des courants de 1500 A [6] est utilisée.

Ce mémoire contient cinq chapitres. Le premier est une introduction présentant la problématique et une base théorique. Le second présente le contexte expérimental de ce mémoire. Le troisième chapitre présente le modèle d'analyse des mesures expérimentales et sa validation. Le quatrième présente quelques résultats expérimentaux ainsi qu'une discussion globale. Finalement, le cinquième chapitre est une conclusion.

1.1 Concepts de base de la supraconductivité

Le but de ce mémoire est la caractérisation expérimentale des propriétés électriques des *Rare-Earth Barium Copper Oxide* (REBCO). Certaines connaissances de base en supraconductivité sont requises pour la compréhension de ce mémoire et de son contexte. L'origine de la supraconductivité, ses propriétés de base, les types de supraconducteurs et l'origine de la résistivité dans les supraconducteurs sont donc rapidement présentés dans cette section.

1.1.1 Origine de la supraconductivité et théorie BCS

La théorie la plus complète de la supraconductivité est la théorie quantique Bardeen, Cooper et Schrieffer (BCS) [7]. Le formalisme de cette théorie est très lourd, même pour des cas simplifiés, et son application aux *High Temperature Superconductors* (HTS) tels que le REBCO, qui est anisotrope et polycristallin dans les échantillons étudiés, demeure un sujet d'étude. En fait, le mécanisme de couplage dans le REBCO n'est pas entièrement compris [8], et il n'est pas clair s'il s'agit d'une *d-wave* [9], [10] ou d'une *s-wave* [11], [12]. Malgré tout, certaines conclusions de la théorie BCS demeurent vraies pour le REBCO et nous nous contenterons donc de les présenter de manière qualitative.

D'abord, l'interaction entre des bosons, généralement des phonons, et les électrons peut mener à un potentiel effectif attractif entre deux électrons. Dans ces conditions, Cooper a montré que les électrons de vecteurs d'onde \vec{k} opposés se regroupent en paires de Cooper au-dessus du niveau de Fermi et que le gain énergétique 2Δ de la liaison compense l'augmentation d'énergie cinétique nécessaire pour être au-dessus du niveau de Fermi [13]. Les électrons se condensent en paires de Cooper jusqu'à ce que la surface de Fermi s'en trouve modifiée au point où le gain énergétique de la formation d'une nouvelle paire est nul. La proportion d'électrons formant des paires de Cooper par rapport à ceux dans l'état normal est très faible, mais elle est suffisante pour donner des propriétés électriques exceptionnelles au matériau. Il y a un gap d'énergie de 2Δ entre la surface de Fermi et l'énergie minimum des paires de Cooper. Celles-ci ont un comportement semblable aux bosons et c'est ce qui explique les propriétés particulières de la supraconductivité [14].

Ensuite, la théorie BCS est une théorie quantique et son traitement complet prend en compte la fonction d'onde d'un très grand nombre de particules. Il s'agit donc d'un phénomène quantique avec des fonctions d'onde macroscopiques, et ceci est à l'origine de plusieurs phénomènes intéressants tels que l'effet Josephson. Ces effets ne sont cependant pas importants pour les applications à haute puissance des supraconducteurs, nous n'approfondirons donc pas ce sujet dans ce mémoire. Pour les lecteurs voulant aller plus loin, le livre de Tin-

kham [15] synthétise bien le traitement quantique de la supraconductivité, tandis que le livre de Annett [4] fait des parallèles intéressants entre la supraconductivité, les condensats de Bose-Einstein et les superfluides.

1.1.2 Propriétés de base et limites de la supraconductivité

On définit un supraconducteur comme étant un matériau où l'effet Meissner est présent. Ce phénomène consiste en une expulsion de tout champ magnétique présent à l'intérieur du matériau, agissant ainsi comme un diamagnétisme parfait. L'effet Meissner est dû à la formation de courants de surface qui écrantent le champ magnétique externe. Cet effet distingue les supraconducteurs d'un hypothétique conducteur parfait, car c'est le champ magnétique qui est maintenu à zéro et non sa dérivée temporelle.

La supraconductivité est une phase de la matière. Les capacités calorifiques et les énergies libres des états supraconducteur et normal sont donc différentes [3], et le matériau adopte l'état minimisant son énergie. Seulement deux phénomènes peuvent déclencher la transition de l'état supraconducteur vers l'état normal. D'abord, le gain énergétique de la formation de paires de Cooper diminue lorsque la température augmente. Il existe donc une température critique T_c au-dessus de laquelle l'état supraconducteur n'est plus rentable. Ensuite, l'énergie nécessaire pour expulser le champ magnétique augmente avec celui-ci (le diamagnétisme augmente l'énergie du système), il existe donc un champ critique, noté $H_c(T)$, à partir duquel le gain énergétique de l'état supraconducteur devient égal à l'énergie supplémentaire nécessaire à maintenir l'effet Meissner. Comme l'écart entre les énergies libres de l'état normal et supraconducteur dépend de la température, le champ critique dépend également de la température.

En réalité, il existe un courant de *depairing*, I_d , au-dessus duquel le supraconducteur passe à l'état normal. Il s'agit du courant générant un champ propre suffisant pour que le champ magnétique atteigne $H_c(T)$. I_d dépend du champ magnétique externe, de la température et, bien évidemment, de la géométrie. Il faut donc être prudent lorsqu'on définit I_d ou J_d , la densité de courant à laquelle I_d est atteint. Il est important de distinguer I_d de I_c , le courant critique, et de I^* , le courant de *quench* [16], pour un supraconducteur de type II. Ces deux courants dépendent également des paramètres de l'expérience et leurs définitions sont arbitraires. Nous y reviendrons en temps et lieu.

1.1.3 Types de supraconductivité

Il existe plusieurs familles de supraconducteurs, mais leurs distinctions demeurent un sujet de recherche d'actualité. En fait, on sait qu'il existe d'autres mécanismes de couplage menant à la supraconductivité que l'interaction faible électron-phonon décrite dans la théorie BCS originale. Nous avons déjà évoqué que le mécanisme de couplage à l'origine de la supraconductivité du REBCO est méconnu, mais c'est également le cas pour les autres HTS ainsi que pour les supraconducteurs à fermions lourds. Ce sujet est très intéressant, mais sort du cadre de ce mémoire. Pour nos besoins, nous nous contentons de séparer les supraconducteurs en deux grandes classes selon leur comportement en champ magnétique : les supraconducteurs de type I et de type II.

Avant d'expliquer la différence entre les supraconducteurs de type I et II, il est nécessaire d'introduire deux longueurs caractéristiques qui découlent de la théorie de Ginzburg-Landau [4]. La première est la longueur de cohérence $\xi(T)$, qui est liée à la longueur caractéristique d'une paire de Cooper. La seconde est la profondeur de pénétration $\lambda(T)$, qui est liée à la distance à laquelle un champ magnétique pénètre un supraconducteur avant d'être écranté.

Lorsque le rapport λ/ξ est inférieur à $1/\sqrt{2}$ [4], alors il s'agit d'un supraconducteur de type I. Pour ces supraconducteurs, l'effet Meissner est complet quelque soit H sous H_c . À titre d'exemple, $\mu_0 H_c = 0,04$ T à 0 K [17] pour le mercure. Il s'agit du premier type de supraconductivité découvert. Ayant de faibles champs critiques, ces matériaux ne sont pas intéressants pour les applications telles que les électroaimants. De plus, leur courant de *depairing* est trop faible pour les applications de transport d'électricité.

Lorsque $\lambda/\xi > 1/\sqrt{2}$ [4], alors le supraconducteur est de type II. Pour des champs magnétiques inférieurs à H_{c1} , leur comportement est identique à celui des types I. Pour des champs supérieurs, il devient énergiquement plus rentable de former des zones où le matériau est dans l'état normal. De cette façon, le champ magnétique passe par ces zones normales, ce qui réduit l'aimantation effective du supraconducteur et l'énergie nécessaire pour expulser le champ magnétique. Par aimantation effective, on désigne le fait que l'effet Meissner demeure présent dans les zones supraconductrices, mais pas dans les zones normales, influençant ainsi la réponse globale en champ magnétique de l'échantillon. Le flux magnétique dans chacune des zones normales est quantifié et est un multiple de $\Phi_0 = h/2e$. Autour des zones normales se forment des super-courants qui écrantent le champ magnétique. Pour cette raison, ces zones sont appelées vortex.

Ce qui distingue les deux types de supraconductivité est le coût énergétique de l'inter-

face entre les zones supraconductrices et normales. En effet, la cohabitation entre les deux états est énergétiquement défavorable pour les types I, et donc les vortex n'apparaissent que dans les types II. La présence de vortex réduit considérablement l'énergie nécessaire à l'expulsion du champ magnétique. Malgré cela, il existe un champ critique H_{c2} au-dessus duquel la supraconductivité est détruite dans un type II. À cette valeur de \vec{H} , l'aimantation du supraconducteur est nulle. Pour le REBCO caractérisé dans ce mémoire, $\mu_0 H_{c1}$ est de l'ordre de 20 mT, tandis que $\mu_0 H_{c2}$ est de l'ordre de 100 T pour des températures proches de 0 K [2] [18] [19]. Pour la suite de ce texte, nous considérons donc qu'il y a toujours présence de vortex pendant nos mesures.

1.1.4 Résistivité des supraconducteurs

Pour mesurer de très faibles résistances, on peut induire un courant dans une boucle fermée et mesurer le temps nécessaire pour que celui-ci décroisse. Cette technique a été utilisée pour mesurer la résistance des supraconducteurs de type I. Or certaines expériences ont montré que le courant peut persister dans une boucle supraconductrice pendant des années sans décroître [3] [4]. Les supraconducteurs de type I ont donc, à toutes fins pratiques, une résistance nulle.

Dans les supraconducteurs de type II, le courant de transport crée une force de Lorentz sur les vortex, ce qui correspond à une force par unité de longueur des vortex de $\vec{F}_L = \vec{J} \times \vec{\phi}_0$. Celle-ci tend à les mettre en mouvement. Un déplacement de flux magnétique crée un champ électrique \vec{E} . Lorsque les vortex se déplacent, on mesure donc une résistivité non-nulle ($\rho = |\vec{E}| / |\vec{J}|$) même si le matériau demeure dans l'état supraconducteur.

Pour réduire les pertes en présence de courant de transport, on ancre les vortex avec des défauts (joints de grains et/ou autres). On peut modéliser leurs effets par une force d'ancrage \vec{F}_A s'opposant à la force de Lorentz. Lorsque la force de Lorentz est inférieure à celle d'ancrage, les vortex ne se déplacent pas et le champ électrique demeure nul. On nomme ce régime *flux pinning*.

À fort courant, la force d'ancrage est négligeable par rapport à celle de Lorentz, et les vortex se déplacent, entraînant l'apparition d'un champ électrique $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$, où \vec{v} est la vitesse des vortex. On nomme ce régime le *flux flow*. On peut définir J_c comme étant la densité de courant à partir de laquelle la force de Lorentz dépasse la force d'ancrage. On a donc que $\vec{F}_L(J = J_c) = \vec{J}_c \times \vec{\phi}_0 = -\vec{F}_A$. On suppose généralement que la force visqueuse s'opposant au déplacement des vortex est de la forme $\vec{F}_v = -\eta_v \vec{v}$, où η_v est une viscosité caractéristique de l'échantillon. La somme des forces de Lorentz, d'ancrage et visqueuse doit être nulle une fois que la vitesse des vortex s'est stabilisée. On obtient donc que la vitesse

des vortex est $v = (J\phi_0 + F_A)/\eta_v$. Avec notre définition de J_c , la vitesse des vortex peut s'écrire $v = \phi_0(J - J_c)/\eta_v$. Avec $\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$, on obtient une résistivité effective constante $\rho_{ff} = \phi_0 B/\eta_v$ pour un champ magnétique et une température constants [15] [20], de sorte que

$$E = \rho_{ff}(J - J_c). \quad (1.1)$$

Il est intéressant de constater que dans ce genre de modèle, le champ électrique est lié au déplacement des vortex et dépend donc de la force totale appliquée sur ceux-ci, ce qui explique que (1.1) varie en $J - J_c$ et non uniquement en J . En effet, le terme en J_c représente le courant nécessaire pour que la force de Lorentz dépasse la force d'ancrage. L'optimisation des forces d'ancrage a l'effet de décaler en courant le régime *flux flow* en augmentant J_c .

Le *flux pinning* et le *flux flow* sont relativement bien compris. Le *flux pinning* est facile à observer, car il correspond simplement à une résistance nulle avec un champ $H > H_{c1}$, de sorte que la densité de vortex ne soit pas nulle. Cette condition est très facile à atteindre expérimentalement, car le champ propre est presque toujours supérieur à H_{c1} . Une méthode efficace pour étudier le *flux flow* est de mesurer le champ électrique à un joint de grain perpendiculaire au sens du courant (donc parallèle à la force de Lorentz). Díaz, Mechin, Berghuis et al. ont ainsi été en mesure d'observer le *flux flow* dans un monocristal de REBCO et ils ont mesuré une viscosité de $\eta_v = 1,1 \times 10^{-7}$ Ns/m² à 77 K [21]. Kunchur et Christen ont mesuré le *flux flow* sur un échantillon de REBCO de 3 mm en utilisant des pulses de courant de quelques microsecondes [22] pour des températures supérieures à 76,5 K. Cependant, la densité de courant critique de leurs échantillons était inférieure à celle de nos échantillons. Nous reviendrons sur les problèmes de mesure qu'engendre l'augmentation de J_c .

Le *flux flow* et le *flux pinning* ne sont cependant pas suffisants pour décrire la résistivité des rubans supraconducteurs commerciaux, car ceux-ci sont polycristallins et l'orientation de leurs cristaux varie légèrement d'un cristal à l'autre. La force d'ancrage et la concentration des défauts n'y sont pas homogènes, ce qui a pour effet d'arrondir la courbe $E - J$. Celle-ci a une asymptote de résistivité nulle représentant le *flux pinning* à bas courant et une asymptote de résistivité constante représentant le *flux flow* à fort courant. On nomme *flux creep* le régime intermédiaire entre ces deux asymptotes [5]. Ces trois régimes sont représentés à la figure 1.1. Pour les HTS, l'agitation thermique peut être suffisante pour que certains vortex se mettent en mouvement même si la force de Lorentz sur ceux-ci est inférieure à leur force d'ancrage. Ce phénomène contribue également à arrondir la courbe $E - J$ durant le *flux creep*.

Pour modéliser le *flux creep*, il est nécessaire de considérer l'agitation thermique, la distribution spatiale des défauts et les différentes interactions entre les vortex. Tous ces effets sont complexes à modéliser dans des rubans réels où le supraconducteur est polycristallin. À

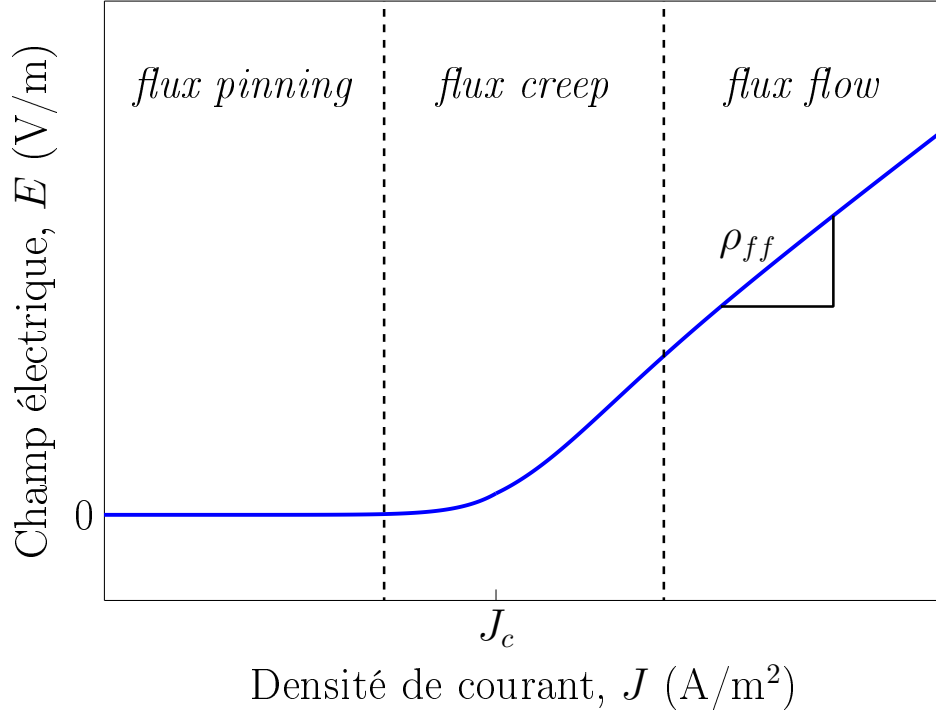


Figure 1.1 Illustration d'une courbe $E - J$ idéale isothermique. Les trois régimes de la résistivité électrique y sont représentés.

ce jour, aucun modèle théorique décrivant le *flux creep* n'a été accepté par la majorité de la communauté scientifique.

Évidemment, plusieurs modèles ont été développés pour décrire le *flux creep*. La plupart de ces modèles ont trois ou quatre paramètres ajustables et réussissent donc forcément à concorder avec des mesures sur au moins une plage de courants, températures et champs magnétiques [23]. Le manque de données expérimentales complique leur validation [5] [24], car le régime sous-critique ne constitue qu'une petite portion du régime *flux creep*. On conclut que les mesures en régime sur-critique sont nécessaires pour modéliser le *flux creep* et la compréhension de ce régime est nécessaire pour optimiser l'ancrage des vortex, et donc pour optimiser le courant critique et les performances des dispositifs supraconducteurs.

Le modèle empirique de la loi de puissance vaut cependant la peine d'être mentionné, car il est très répandu. Il stipule que le champ électrique dans un supraconducteur est de la forme

$$E = E_{cr} \left(\frac{J}{J_c} \right)^n, \quad (1.2)$$

où J_c est la densité de courant critique et E_{cr} est le champ électrique critique, qui est souvent fixé à 10^{-4} V/m. Dans un article fort intéressant, Edelman et Larbalestier montrent qu'en

modélisant un ruban supraconducteur par plusieurs monocristaux supraconducteurs, pour lesquelles on a une résistivité nulle sous le courant critique I_c et constante au-dessus de I_c , et en utilisant une distribution gaussienne des I_c de chaque monocristal, on obtient que le comportement global du ruban est décrit par une loi de puissance [25]. Cet article donne un sens physique à la loi de puissance et montre qu’une distribution statistique de la force d’ancrage lisse la courbe $E - J$. Dans ce mémoire, une loi de puissance est utilisée pour certaines analyses qualitatives même si sa plage de validité est limitée [26].

Avant d’aller plus loin, il est important de clarifier ce qu’est le courant critique, car il en existe différentes définitions qui ne mènent pas toutes aux mêmes résultats [26]. Idéalement, il faudrait définir I_c comme étant le courant à partir duquel la force de Lorentz dépasse la force d’ancrage. Cependant, l’agitation thermique et la non-uniformité de la force d’ancrage rendent cette définition ambiguë et difficile à utiliser lors de mesures expérimentales. Dans ce mémoire, nous définissons plutôt I_c comme le courant pour lequel $E = 10^{-4}$ V/m. Ce critère est arbitraire, mais il est le plus utilisé dans la littérature. On peut aussi définir le courant critique comme étant le croisement de l’axe des abscisses avec l’asymptote due au *flux flow* sur la courbe $I - V$. Bien qu’élégante, cette définition du courant critique n’est pas pratique pour les rubans de REBCO commerciaux, car, comme nous le verrons plus tard, le *flux flow* n’y est pas atteignable sans que l’échauffement par effet Joule ne devienne problématique. Herrmann, Savvides, Müller et al. ont proposé de définir I_c comme étant le courant au-dessus duquel la densité de courant s’uniformise sur la section du supraconducteur [27]. Cette définition est intéressante et nous verrons que l’uniformisation de la densité de courant est liée aux pertes. Cependant, ce critère pour I_c est compliqué à évaluer expérimentalement. Peu importe la définition de I_c choisie, il est important de se rappeler que le courant critique n’est pas une propriété physique fondamentale d’un ruban supraconducteur et que sa valeur peut varier localement et dépend de la géométrie.

1.2 Modélisation électromagnétique

Nous avons vu que le comportement électrique des supraconducteurs est complexe. En effet, la résistivité a une dépendance non-linéaire avec le champ magnétique, la température et la densité de courant. Les méthodes traditionnelles analytiques de résolution des circuits électriques, telles que la méthode des mailles et des nœuds ou le calcul par impédance en courant alternatif, ne sont généralement pas adaptées aux dispositifs contenant des supraconducteurs, car elles se basent souvent sur une relation ohmique entre le champ électrique et la densité de courant. En effet, il est très souvent nécessaire de résoudre des équations différentielles pour prendre en compte la dépendance en champ magnétique, température

et densité de courant de ces dispositifs et rubans. L'utilisation de méthodes numériques est donc souvent requise pour leur modélisation. Cette section présente d'abord le phénomène de relaxation magnétique. Un modèle basé sur la formulation en H , qui est souvent utilisé pour simuler la réponse d'un ruban supraconducteur, est ensuite présenté.

1.2.1 Relaxation magnétique

Lorsqu'on développe les équations de Maxwell, on s'aperçoit que la densité de courant sur la section d'un ruban ne peut pas être uniforme lorsque le courant dans celui-ci varie dans le temps. On nomme cet effet la relaxation magnétique. Dans les conducteurs ohmiques, la relaxation magnétique est équivalente à l'effet de peau classique.

Pour modéliser la relaxation magnétique, on utilise les équations de Maxwell. Celles-ci s'écrivent

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0, \quad (1.3)$$

$$\nabla \cdot \mu_0 \vec{H} = 0, \quad (1.4)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}, \quad (1.5)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (1.6)$$

où certaines approximations ont été faites. D'abord, on a considéré que la perméabilité du matériau est égal à μ_0 et que sa permittivité électrique est égale à ε_0 . Ensuite, on a considéré que l'accumulation de charges électriques est négligeable, et donc que le terme de droite de (1.3) est nul. Finalement, on a négligé le terme $\varepsilon_0 \partial \vec{E} / \partial t$ pour obtenir (1.5). Cette approximation est justifiée par la densité de courant de transport (courant de déplacement) élevée dans les solides et par le fait que les fréquences étudiées sont très basses en comparaison des fréquences micro-ondes.

En appliquant un rotationnel sur (1.6) et en utilisant (1.5) et (1.3), on obtient

$$\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = \nabla^2 \vec{E}. \quad (1.7)$$

Dans ce mémoire, on fait l'approximation que la densité de courant et le champ électrique sont parallèles aux rubans caractérisés, et on définit la direction de circulation du courant comme étant z . L'équation (1.7) mène donc à

$$\mu_0 \frac{\partial J_z}{\partial t} = \frac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2}. \quad (1.8)$$

L'équation (1.8) décrit la relaxation magnétique. Cette équation a plusieurs cas limites intéressants. D'abord, on observe que le champ électrique ne peut pas être uniforme si le courant total varie, car une variation du courant implique forcément que le terme de gauche de (1.8) est non-nul sur au moins une section de l'échantillon. La montée en courant rapide lors de nos mesures mène donc à une non-uniformité du champ électrique. Ensuite, (1.8) implique qu'il y a toujours des pertes lorsque le courant varie. En effet, le champ électrique ne peut pas être nul partout si $\partial J_z / \partial t$ n'est pas nul partout. Un champ électrique et une densité de courant non-nuls créent de la dissipation. Il y a donc toujours des pertes lors de mesures en courant pulsé ou en courant alternatif. Ces pertes sont étudiées plus en profondeur à la section 4.1.1. Finalement, (1.8) indique que le profil de densité de courant évolue jusqu'à ce que le champ électrique soit uniforme, c'est-à-dire jusqu'à ce que le terme de droite de l'équation soit nul.

Dans le cas d'un supraconducteur, le profil de densité de courant peut demeurer non-uniforme indéfiniment. Ceci est possible uniquement si la résistivité est nulle. Dans ce cas, le champ électrique $E_z = \rho J_z$ peut être nul sur toute la section et donc (1.8) accepte un profil de densité de courant statique comme solution. On peut même généraliser ceci en affirmant qu'en absence de pertes, le profil de densité de courant doit être statique. En effet, la densité de courant dans un supraconducteur n'est pas toujours uniforme, et ce, même pour des courants de transport continus. Certains auteurs ont mesuré le courant de transport continu à partir duquel la densité de courant s'uniformise sur la section [27] [28], et celui-ci est toujours inférieur à I_c .

1.2.2 Formulation en H

Un des modèles les plus utilisés pour simuler des rubans et dispositifs supraconducteurs est la formulation en H basée sur un article de Brambilla, Grilli et Martini [29]. Cette formulation est bien adaptée à la non-linéarité des supraconducteurs et inclut naturellement les effets de la relaxation magnétique. Par contre, il est nécessaire de connaître la résistivité du supraconducteur pour utiliser la formulation en H . Celle-ci ne peut donc pas être utilisée pour analyser les mesures.

La formulation en H est basée sur (1.6). En utilisant la même approximation deux dimensions (2D) qu'à la section 1.2.1, c'est-à-dire que le courant circule en z et que le problème

est invariant dans cette direction, on obtient

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \quad (1.9)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad (1.10)$$

où H_x et H_y sont les composantes du champ magnétique dans les directions x et y respectivement et où $E_z = \rho J_z$. La composante en z du champ magnétique est nulle pour la géométrie étudiée.

Pour imposer le courant total, on commence par développer (1.5) en utilisant notre approximation 2D. On obtient

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}. \quad (1.11)$$

Ensuite, on intègre (1.11) pour avoir le courant total. On a

$$I_{tot}(t) = \iint J_z dx dy \quad (1.12)$$

Le courant total peut être imposé en utilisant (1.12) avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange. Le domaine de simulation doit être suffisamment grand pour que les conditions frontières ne perturbent pas la solution. Il est donc nécessaire d'inclure un domaine vide autour du dispositif que l'on simule. Le champ magnétique externe est imposé aux frontières du domaine simulé. Par exemple, pour une simulation sans champ magnétique externe, on impose un champ magnétique nul aux frontières de la simulation.

Il suffit d'implémenter (1.9), (1.10), (1.11) et (1.12) sur un logiciel d'éléments finis, et d'utiliser $E_z = \rho J_z$, pour simuler la réponse d'un dispositif ou d'un ruban supraconducteur. Il est cependant nécessaire de connaître la forme de ρ pour utiliser la formulation en H . À terme, l'objectif de ce projet de recherche est de remplacer la loi de puissance couramment utilisée dans les simulations par un modèle fournissant une meilleure description de la résistivité des supraconducteurs.

1.3 Problématiques

Malgré le grand intérêt de la communauté scientifique envers le REBCO depuis sa découverte, sa résistivité électrique demeure inconnue pour des courants bien supérieurs à son courant critique, c'est-à-dire dans le régime sur-critique. Plusieurs raisons expliquent ce manque de données expérimentales. D'abord, l'instabilité thermique des supraconducteurs étudiés dans ce mémoire complique la prise de mesure. Ensuite, l'interprétation des courbes

$I - V$ est complexe, en particulier pour les mesures faites avec une source de courant pulsée. Ces deux problématiques sont abordées dans la suite de cette section.

1.3.1 Instabilité thermique et *quench*

C'est la densité de courant critique élevée du REBCO, de l'ordre de 2,5 MA/cm² à 77 K en champ propre, qui le rend intéressant pour les applications, mais c'est cette même propriété qui complique sa caractérisation. En effet, la puissance dissipée par effet Joule est de $Q = \rho J^2$. Pour une même résistivité, l'échauffement est donc plus grand si la densité de courant critique augmente. En régime sur-critique à 77 K, la densité de courant dans nos échantillons peut dépasser 4 MA/cm², générant ainsi énormément de chaleur. La résistivité des supraconducteurs dépend fortement de sa température, et une légère augmentation de celle-ci augmente la résistivité qui, à son tour, augmente la chaleur générée et ainsi de suite. La génération de chaleur en présence de courant de transport peut donc mener à un effet d'emballement thermique (*thermal runaway*). Ainsi, il devient de plus en plus difficile de caractériser les supraconducteurs pour de hautes résistivités lorsque leur densité de courant critique augmente. Le même principe s'applique lorsqu'on diminue la température initiale de l'échantillon, car son J_c en est aussi augmenté.

En réalité, le courant de *depairing*, I_d , n'est jamais atteint pour le REBCO dans des rubans commerciaux, car le supraconducteur transite très brusquement à l'état normal avant que I_d soit atteint. On nomme ce phénomène *quench*, et certains auteurs identifient le courant auquel il survient par I^* . Doval, Ramos-Alvarez, Sonora et al. ont clairement montré que le *quench* est causé par l'effet d'emballement thermique et non par un phénomène électronique [30].

Il n'y a que deux possibilités pour éviter que l'échauffement rapide endommage l'échantillon lorsqu'on caractérise le régime sur-critique. La première est de contrôler l'énergie totale injectée en utilisant des pulses de courant très courts. Dans ce cas, il est nécessaire que le temps entre deux mesures ainsi que le temps de la montée du courant soient beaucoup plus courts que la durée d'un *quench*. Therasse, Decroux, Antognazza et al. ont mesuré un échauffement de plus de 119 K en 90 μ s pour un courant de 4,75 I_c [24]. On en conclut que la durée de la mesure doit être de l'ordre des microsecondes. La seconde possibilité est d'optimiser le transfert thermique pour éviter le *quench*. Nous pouvons évaluer la faisabilité de cette méthode à partir de simulations.

Pour simplifier les simulations, on considère un échantillon de type *Superconductor Technologies Inc* (STI) dont la géométrie est présentée à la figure 1.2. Ceux-ci sont constitués d'un substrat de 100 μ m d'hastelloy recouvert de 1 μ m de REBCO. La couche de REBCO

est recouverte de $2 \mu\text{m}$ d'argent. La figure 1.2 montre la géométrie d'un tel échantillon. Pour l'instant, nous ne traitons le problème qu'en une dimension (1D) sur l'épaisseur y des rubans. Dans le régime sur-critique, la résistivité du REBCO, ρ_{HTS} , peut être égale et même supérieure à la résistivité de l'argent, notée ρ_{Ag} , si la densité de courant est suffisamment élevée. On peut sous-évaluer la densité de courant à laquelle $\rho_{HTS} = \rho_{Ag}$ par J_c . Cette approximation nous permet d'estimer la chaleur $Q(y)$ générée pendant une mesure par $Q(y) = \rho_{Ag} J_c^2$ dans l'argent et dans le REBCO, et nulle dans l'hastelloy. Notons que la densité de courant est la même dans le supraconducteur et l'argent pour que le champ électrique y soit égal. On peut maintenant résoudre l'équation de la chaleur en 1D

$$-\frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa(y) \frac{\partial T(y, t)}{\partial y} \right) + c_v(y) \frac{\partial T(y, t)}{\partial t} = Q(y), \quad (1.13)$$

où κ est la conductivité thermique en W/mK et c_v est la capacité calorifique volumique en J/m³K. Le tableau 1.1 présente les propriétés thermiques des différents matériaux à 77 K.

La figure 1.3 montre le profil de température sur l'épaisseur de l'échantillon calculé avec COMSOL 4.3b, un logiciel d'éléments finis, dans le cas adiabatique. Dans cette figure, l'argent est situé entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 2 \mu\text{m}$, le REBCO est entre $y = 2 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$ et l'hastelloy est entre $y = 3 \mu\text{m}$ et $y = 103 \mu\text{m}$. La température du supraconducteur augmente de 5 K en $10 \mu\text{s}$ et atteint sa température critique de 90 K en $50 \mu\text{s}$. On remarque également que la chaleur n'a pas le temps de diffuser au travers du substrat. Ultimement, la vitesse de transfert thermique est limitée par la conductivité thermique de l'hastelloy, il est donc inutile d'augmenter le refroidissement sur sa surface. Par contre, il peut être avantageux de refroidir la surface de l'argent. Pour ce faire, on peut ajouter un bloc d'argent situé entre $y = -500 \mu\text{m}$ et $y = 0 \mu\text{m}$: celui-ci agit alors comme réservoir thermique. On considère le cas idéal où le bloc est en parfait contact thermique avec l'échantillon, mais en est électriquement isolé.

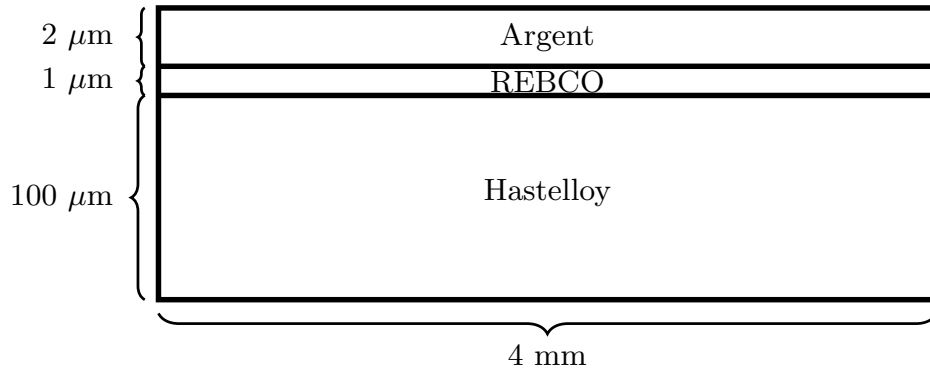


Figure 1.2 Géométrie des échantillons STI utilisés. Le schéma n'est pas à l'échelle.

Tableau 1.1 Paramètres des matériaux utilisés pour les simulations à 77 K

Argent	
κ	429 W/mK
c_v	2467,5 kJ/m ³ K
REBCO	
κ	8 W/mK
c_v	1001,0 kJ/m ³ K
J_c	$2,5 \times 10^{10}$ A/m ²
Hastelloy	
κ	7 W/mK
c_v	1542,8 kJ/m ³ K

Le profil de température simulé est illustré à la figure 1.4. Avec le réservoir thermique, la température du supraconducteur augmente de plus de 1 K en 25 μ s. Bien que cela paraisse peu, la résistivité du REBCO dépend fortement de la température et un Kelvin peut avoir une grande influence sur la tension mesurée. On conclut qu'on ne peut pas éviter complètement l'échauffement lorsqu'on caractérise le régime sur-critique.

Il est important de faire le point sur les différentes approximations faites pour obtenir les figures 1.3 et 1.4. D'abord, la chaleur générée a été grandement sous-estimée, car le courant auquel la résistivité du REBCO est égale à celle de l'argent est supérieur à $2,5 \times J_c$ selon nos mesures à 77 K. Ensuite, la résistance thermique à l'intersection entre les matériaux a été négligée, mais c'est celle-ci qui limite le plus l'efficacité d'un réservoir thermique métallique. La simplification la plus importante est d'avoir considéré l'échauffement indépendant de la température, car l'effet de cascade thermique qui mène au *quench* n'est pas inclus dans cette simulation. Augmenter le refroidissement demeure une technique intéressante pour protéger l'échantillon, mais il faut garder à l'esprit que la mesure ne sera jamais isotherme lorsqu'on caractérise des échantillons commerciaux de REBCO pour des courants bien au-dessus de I_c . De plus, la présence d'un réservoir thermique compliquerait les mesures de tension. Cette méthode n'a donc pas été utilisée pour ce projet.

La technique des pulses de courant ultra-rapides permet elle aussi de protéger l'échantillon contre les surchauffes. L'interprétation des courbes $I - V$ du REBCO n'est jamais aisée, mais elle se complique encore plus lorsque cette technique est utilisée. Par exemple, la densité de courant n'est pas uniforme lorsque le courant varie rapidement, et ceci peut influencer les mesures. La prochaine section aborde les différentes problématiques d'interprétation des mesures en courant pulsé.

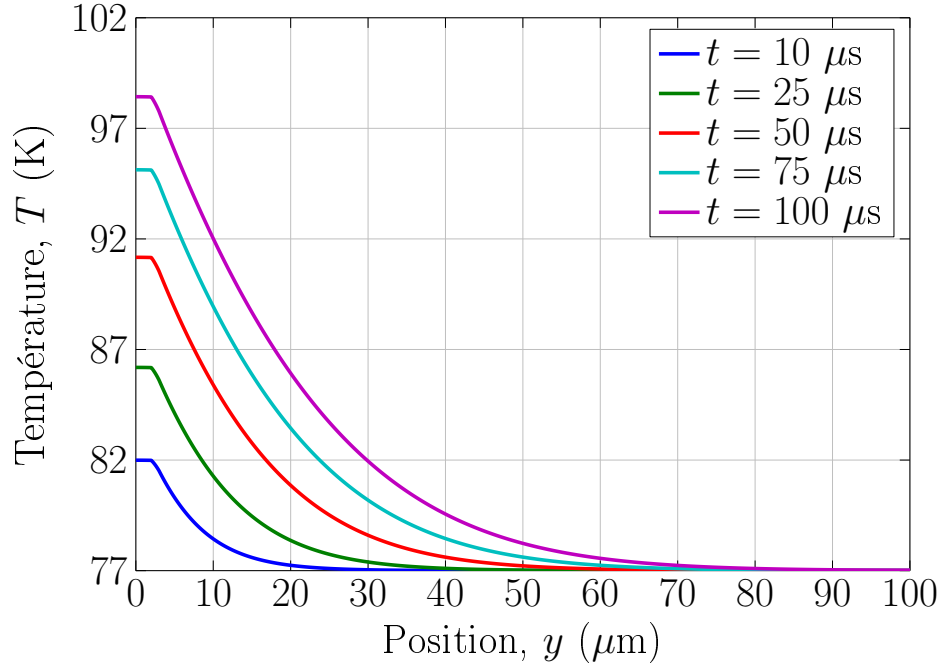


Figure 1.3 Profil simulé de la température sur l'épaisseur d'un ruban STI pour différents temps avec une source de chaleur $Q = \rho_{Ag} J_c^2$ entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$. Le stabilisateur d'argent est entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 2 \mu\text{m}$, le REBCO est entre $y = 2 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$ tandis que le substrat d'hastelloy est entre $y = 3 \mu\text{m}$ et $y = 103 \mu\text{m}$.

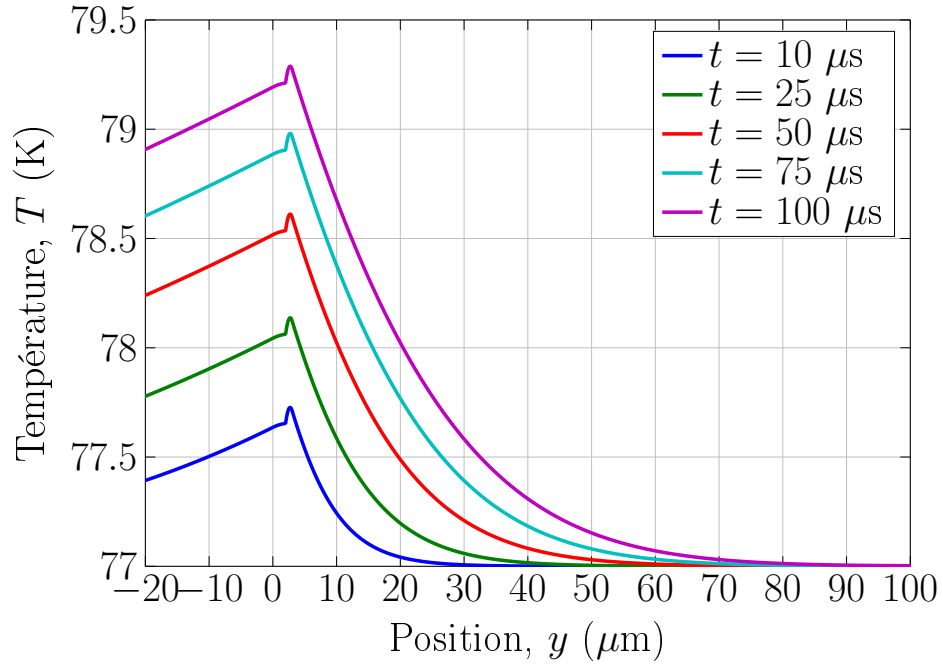


Figure 1.4 Profil de la température sur l'épaisseur d'un ruban STI pour différents temps avec une source de chaleur $Q = \rho_{Ag} J_c^2$ entre $y = 0 \mu\text{m}$ et $y = 3 \mu\text{m}$. La géométrie simulée est la même qu'à la figure 1.3, mais un bloc d'argent a été rajouté entre $y = -500 \mu\text{m}$ et $y = 0 \mu\text{m}$. Il est en parfait contact thermique avec l'échantillon, mais il en est isolé électriquement.

1.3.2 Interprétation des courbes $I - V$

La principale limitation de la méthode des pulses de courant, outre la difficulté de fabriquer la source de courant, est l'interprétation des résultats. En effet, il n'est pas suffisant d'utiliser le ratio $V(t)/I(t)$ pour obtenir la résistance d'un supraconducteur, car la tension mesurée peut varier dans le temps même si le courant est constant, ce qui mène à des incohérences. Cette variation temporelle peut avoir deux origines : l'échauffement et la relaxation magnétique. La relaxation magnétique est directement liée à l'utilisation de pulses de courant rapides, tandis que l'échauffement demeure présent, peu importe la méthode de mesure. Une autre difficulté d'interprétation des courbes $I - V$ est l'existence de différentes définitions de la résistivité. Tous ces aspects sont abordés dans cette section.

Comme il a été discuté à la section précédente, la température n'est pas toujours uniforme sur l'épaisseur de l'échantillon, et la diffusion de la chaleur est trop lente pour faire des mesures en temps réel avec une sonde thermique. Il est donc nécessaire de calculer l'évolution de la température du supraconducteur pendant la mesure. Dans tous les cas, l'échauffement a tendance à augmenter la tension mesurée avec le temps.

L'augmentation rapide du courant a deux effets majeurs sur les mesures de tension : la création d'une tension induite dans les fils de mesure et l'augmentation de la densité de courant sur les bords de l'échantillon, c'est-à-dire que le profil de courant n'est pas uniforme sur la largeur à cause de la relaxation magnétique. Nous avons vu qu'en présence de pertes, le profil de densité de courant évolue jusqu'à ce que le champ électrique soit uniforme. Seul le régime dissipatif est étudié dans ce mémoire. On peut donc supposer que la densité de courant est uniforme à l'équilibre lorsque le courant est constant. Cependant, il est important de déterminer le temps nécessaire pour atteindre cet équilibre et de le comparer à la durée des pulses de courant. L'effet de peau et la tension induite dans les fils de mesure sont traités plus en détail au chapitre 3.

Un autre obstacle à l'interprétation des courbes $I - V$ est l'ambiguïté de la définition de la résistivité du REBCO. Il a déjà été mentionné que les échantillons étudiés dans ce mémoire sont polycristallins et ont de nombreux défauts. Les propriétés de ces supraconducteurs varient localement en fonction des effets de bord, des joints de grains et autres, et il est donc inapproprié de définir une forme explicite unique de la résistivité du REBCO en fonction des variables locales J , T et \vec{B} . Cependant, il n'est pas suffisant de simplement utiliser la résistivité moyenne pour caractériser le comportement du REBCO. En effet, la résistivité de celui-ci n'ayant pas une dépendance linéaire avec la température et la densité de courant, nous avons que

$$\langle \rho_{HTS}(J, T) \rangle \neq \rho_{HTS}(\langle J \rangle, \langle T \rangle), \quad (1.14)$$

lorsque J et/ou T ne sont pas uniformes sur la section du supraconducteur. En conditions quasi-statiques, c'est-à-dire lorsque le courant ne varie pas et que les effets électromagnétiques de la montée en courant, tels que l'effet de peau, ont eu le temps de relaxer, les variations locales de J et T sont faibles par rapport à leurs valeurs moyennes, et le membre de droite de (1.14) est égal au terme de gauche. Dans ce mémoire, nous définissons donc la résistivité effective du REBCO comme étant sa résistivité moyenne dans des conditions quasi-statiques. La résistivité effective peut être exprimée en fonction du courant total dans le supraconducteur, de sa température moyenne et du champ magnétique externe (amplitude et orientation). En présence de champ externe, on néglige l'effet du champ propre sur la résistivité, car celui-ci est généralement beaucoup plus faible que le champ externe. En absence de champ externe, on inclut l'effet du champ propre dans la dépendance en courant de la résistivité effective. Ceci n'est pas possible si l'on utilise une résistivité locale.

Certains auteurs [25] [5] ont travaillé sur des modèles probabilistes de résistivité des supraconducteurs. Ces modèles imposent d'abord une forme de la résistivité qui dépend de plusieurs paramètres libres. Par la suite, une fonction de distribution statistique est imposée à ceux-ci pour prendre en compte les variations locales des propriétés du REBCO. Or, comme Sirois le mentionne [5], la difficulté à obtenir des mesures cohérentes de la résistivité des supraconducteurs à haute température critique nuit au développement de modèles théoriques. Il est donc plus approprié de d'abord caractériser le comportement du REBCO sur une large plage de températures et de courants, et ce, en faisant le moins de suppositions possibles sur la forme de la résistivité. Les données ainsi recueillies pourront éventuellement être utilisées pour développer et/ou valider des modèles probabilistes plus complexes. Pour la suite de ce mémoire, nous considérons simplement que la résistivité du REBCO est équivalente à sa résistivité effective.

Nous avons discuté des différences entre les modèles de résistivités locales, effectives et probabilistes des supraconducteurs, mais il est maintenant nécessaire de discuter de comment on définit la relation entre ρ , E et J . Normalement, on définit simplement $\rho = E/J$. Cependant, cette définition n'est pas appropriée pour étudier la résistivité en *flux flow* donnée par (1.1), car on obtiendrait une résistivité $E/J = \rho_{ff}(1 - J_c/J)$ dans ce régime. La résistivité est parfois définie par $\rho = \partial E / \partial J$, ce qui permet de déterminer facilement si le régime *flux flow* est atteint, car $\partial E / \partial J = \rho_{ff}$ dans ce régime. Pour un conducteur classique (ohmique), ces deux définitions de ρ mènent au même résultat, mais ce n'est pas le cas pour un supraconducteur. Dans ce mémoire, on utilise $\rho = E/J$ pour deux raisons. D'abord, il s'agit de la définition la plus courante de ρ . Ensuite, si on définissait ρ par une dérivée, il serait nécessaire d'appliquer une dérivée numérique aux mesures expérimentales, ce qui augmenterait l'incertitude des résultats finaux. En cas d'ambiguïté, tel qu'en régime *flux flow*,

nous utilisons le champ électrique au lieu de la résistivité pour discuter des résultats.

Les trois régimes théoriques de la courbe de résistivité des supraconducteurs de type II à température et champ magnétique externe constants ont déjà été présentés. Cependant, les courbes de résistivité expérimentales traditionnelles (mesures DC) pour les 2G HTS CCs concordent avec le *flux pinning* et le début du *flux creep*, mais le *flux flow* n'est pas atteint. Ceci nous amène à un autre problème, celui de la validation finale des résultats. Les 2G HTS CCs n'ayant jamais été caractérisés de façon cohérente pour des courants aussi élevés, nous ne savons pas à quoi nous attendre comme résultats. Il est possible que le modèle *flux flow* ne s'applique pas pour des courants et des forces d'ancrage aussi élevés, car ce modèle repose sur l'hypothèse d'une simple force visqueuse linéaire s'opposant aux mouvements des vortex. Or, il est possible que la dynamique du mouvement des vortex soit beaucoup plus complexe. À l'annexe A, un simple calcul montre qu'un terme quadratique dans la force visqueuse peut mener à une résistivité décroissante avec la densité de courant si la vitesse des vortex est suffisante. Bref, il est parfois difficile de déterminer si l'écart entre l'expérience et la théorie est lié à l'interprétation des résultats ou à la théorie elle-même.

Tous ces problèmes d'interprétation des mesures nous obligent à être très rigoureux lors de l'analyse. Chaque étape de celle-ci doit être justifiée, et chaque paramètre expérimental, contrôlé. Nous ne connaissons pas la forme de la résistivité du REBCO en régime sur-critique, mais nous savons qu'elle a une dépendance non-linéaire avec la température, le courant, l'amplitude et la direction du champ magnétique externe. Notre but est l'étude de la résistivité du REBCO pour des courants supérieurs au courant de *quench*, une attention particulière doit donc être portée à la nature dynamique de la mesure.

1.4 Objectifs et plan du mémoire

Plusieurs années avant que l'auteur de ce mémoire commence sa maîtrise, Frédéric Sirois a lancé un projet visant la caractérisation de la résistivité des 2G HTS CCs en régime sur-critique. La particularité de ce projet est le développement et l'utilisation d'une source de courant pulsée dans les microsecondes. Cette source fût terminée avant le début de ce projet de maîtrise. Bien que l'objectif de ce projet de recherche soit la caractérisation de la résistivité du REBCO en fonction du courant, de la température et du champ magnétique externe, cette maîtrise ne représente qu'une partie de ce projet et elle se concentre sur la qualité et l'interprétation des mesures.

Le premier objectif de ce mémoire est donc l'amélioration de la qualité des mesures et la calibration du montage expérimental existant. Bien que cet objectif semble anodin, une

grande partie du montage a été fait sur mesure pour ce projet et beaucoup de problèmes expérimentaux ont été découverts durant cette calibration. Le deuxième objectif est le développement et la validation d'un modèle d'analyse des mesures. Le troisième objectif est le développement d'une méthodologie expérimentale permettant de caractériser la résistivité des 2G HTS CCs en régime sur-critique.

Bien que toutes les mesures présentées dans ce mémoire soient faites sur des supraconducteurs de type REBCO, la méthodologie utilisée est aussi valide pour tout autre matériau supraconducteur de type II, en autant que sa géométrie soit de type "ruban". Le choix du REBCO repose sur sa densité de courant critique élevée, sa température critique élevée et son champ magnétique critique élevé qui en font un candidat intéressant pour les applications de transport d'électricité et de production de champs magnétiques intenses.

Le chapitre 2 présente le contexte expérimental de ce mémoire et inclut la calibration des différents appareils. Le chapitre 3 est en fait un article soumis à *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* le 11 mars 2019 et accepté pour publication le 18 avril 2019. Il présente notre modèle d'analyse des résultats ainsi qu'une étude de sa validité et des phénomènes influençant les mesures. Malheureusement, différents délais et problèmes expérimentaux ont considérablement limité le nombre de mesures prises. Le chapitre 4 présente tout de même certains résultats ainsi qu'une discussion sur la méthodologie à adopter pour caractériser les 2G HTS CCs. Finalement, le chapitre 5 conclut ce mémoire en faisant un retour sur le travail réalisé.

CHAPITRE 2 CONTEXTE EXPÉRIMENTAL

Ce chapitre a deux buts. Le premier est de présenter le contexte expérimental de ce projet de maîtrise. Le second est l'identification et la correction des problèmes expérimentaux initialement présents. Le travail présenté dans ce chapitre s'inscrit donc dans le premier objectif de ce mémoire, qui est l'amélioration de la qualité des mesures et la calibration du montage. L'instrumentation utilisée ainsi que sa calibration sont d'abord présentées. Par la suite, la géométrie des échantillons ainsi que leurs propriétés de base sont présentées.

2.1 Instrumentation et calibration

2.1.1 Sources de courant

La source de courant pulsée utilisée dans ce mémoire a été développée à l'École Polytechnique de Montréal en collaboration avec l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL). Pour simplifier, on la nomme «source rapide». Elle n'existe, pour l'instant, qu'en deux exemplaires : un à Montréal et l'autre à Lausanne en Suisse. Cette source est capable de supporter un taux de montée en courant de plus de $500 \text{ A}/\mu\text{s}$ et peut fournir un courant maximal de plus de 1500 A pour des pulses aussi courts que $15 \mu\text{s}$ [6]. Un exemple de pulse de courant est montré à la figure 2.3 par la courbe rouge en traits pleins. L'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes permet de caractériser le régime sur-critique tout en évitant une surchauffe de l'échantillon. Une sonde de Rogowski est utilisée pour mesurer le courant.

Avec le montage de cette source, l'incertitude sur la mesure, une fois le bruit filtré, est de l'ordre de $0,2 \text{ mV}$. Lorsque $I = I_c$, la tension mesurée au centre est égale, si on néglige la présence de tension induite, à la distance de mesure multipliée par $E_{cr}=10^{-4} \text{ V/m}$. La plus longue distance de mesure à laquelle nous ayons accès étant de $7,5 \text{ cm}$, la tension au courant critique est de $0,0075 \text{ mV}$. La mesure de la tension avec ce montage est donc trop imprécise pour caractériser le régime sous et près de I_c . Nous reviendrons plus tard sur les particularités de la mesure de la tension avec ce montage.

Pour les mesures près de I_c , une autre source de courant doit être utilisée. Cette seconde source a aussi été développée à l'École Polytechnique de Montréal. Elle envoie des pulses de courants allant jusqu'à 1200 A avec des durées de quelques millisecondes. Cependant, les résultats de la figure 1.3 montrent qu'une milliseconde est trop longue pour étudier le régime sur-critique. On la nomme «source lente» par opposition à la source rapide.

Le montage de la source lente permet de mesurer des champs électriques pouvant dé-

passer 10^{-2} V/m, ce qui correspond à 0,75 mV sur 7,5 cm. Cette tension étant supérieure à l'incertitude de 0,2 mV sur les mesures de la source rapide, on conclut que la plage de validité des mesures de la source lente se superpose à celle de la source rapide, c'est-à-dire qu'il n'y aura pas de fossé entre les données expérimentales prises avec chacune des deux sources de courant.

2.1.2 Mesure de tension

Plusieurs contraintes compliquent la mesure de la tension lors de pulses carrés de courant dans les microsecondes. D'abord, il peut y avoir jusqu'à 1000 V entre la mise à la terre et l'échantillon lors de pulses de 1500 A à cause de la résistance et de l'inductance du circuit de mesure. L'appareil de mesure de la tension doit donc être capable de mesurer une différence de potentiel dans les millivolts en présence d'un mode commun allant jusqu'à 1000 V. Ensuite, la plage fréquentielle de la mesure est très grande, allant de 0 Hz à 20 MHz.

Le *8-Channel Isolated Amplifier System* (8-CIAS), développé par *Sci-Consulting*, satisfait tous ces critères. Il sépare le signal d'entrée en deux composantes. La première contient les basses fréquences (BF) du signal original (bande passante de 0 Hz à 49 kHz selon la documentation) et la seconde, les hautes fréquences (HF) (bande passante de 7,3 kHz à 20 MHz selon la documentation). Elles passent ensuite dans deux circuits distincts qui les amplifient. Les deux signaux de sortie du 8-CIAS ne contiennent plus le mode commun et peuvent alors être mesurés par des cartes d'acquisition référées à la masse. Cependant, il est nécessaire de passer par l'espace de Fourier pour reconstruire le signal original à partir de ceux-ci. Normalement, cette étape est effectuée par un code LabVIEW fourni avec le 8-CIAS [31], mais il a fallu l'implémenter sur Matlab pour identifier l'origine d'oscillations parasites à 10 kHz initialement présentes dans les mesures de tension. Un exemple de ces oscillations est présenté à la figure 2.3 par la courbe noire en traits pleins.

Avant d'expliquer l'origine de ces oscillations, il est nécessaire de présenter les grandes lignes de l'algorithme de la reconstruction. D'abord, on fait une transformée de Fourier numérique des mesures des BF et des HF. Ensuite, on les divise par les fonctions de transfert de leurs circuits de mesure respectifs, et on nomme les vecteurs obtenus $S_{BF}(f)$ et $S_{HF}(f)$, où f est la fréquence. À 10 kHz, les bandes passantes des deux circuits d'amplification se superposent. La dernière étape consiste à fusionner $S_{BF}(f < 10 \text{ kHz})$ avec $S_{HF}(f \geq 10 \text{ kHz})$, puis à effectuer une transformée de Fourier inverse pour obtenir la forme d'onde temporelle de la tension dans l'échantillon. Les oscillations à 10 kHz dans la tension reconstruite s'expliquent par une discontinuité entre les vecteurs S_{BF} et S_{HF} lors de leur fusion. Cette incohérence ne peut venir que de l'une des trois étapes de la mesure, qui sont l'amplification par le 8-CIAS,

l'acquisition de ses signaux de sortie et la reconstruction de la tension par le code LabVIEW.

Cette dernière possibilité a été rapidement écartée, car la reconstruction obtenue avec LabVIEW [31] est identique à celle obtenue en implémentant l'algorithme de reconstruction sur Matlab. Ceci prouve que les oscillations ne sont pas causées par une erreur d'implémentation dans LabVIEW.

Toute anomalie lors de l'étape d'amplification devrait se refléter sur la fonction de transfert du 8-CIAS. Les fonctions de transfert des circuits d'amplification BF et HF des huit canaux du 8-CIAS ont donc été mesurées avec un analyseur d'impédance. Comme prévu, elles sont identiques pour les huit canaux. Les amplitudes en dB des fonctions de transfert mesurées, notées H_{exp} , des BF et des HF sont comparées avec celles de la documentation du 8-CIAS [31], notées H_{doc} , à la figure 2.1 tandis que leurs phases respectives en degrés sont comparées à la figure 2.2. L'analyseur d'impédance utilisé ne permet pas de caractériser les fréquences supérieures à 1 MHz. On remarque que les amplitudes mesurées concordent avec la documentation pour les plages de fréquences d'intérêts, c'est-à-dire de 0 Hz à 10 kHz pour les BF et de 10 kHz à 1 MHz pour les HF. Ce n'est pas le cas pour la phase des HF, qui diffère significativement de celle donnée dans la documentation pour les fréquences dans les mégahertz. Cependant, seuls les pulses extrêmement rapides ont un contenu fréquentiel important dans les mégahertz. Afin de vérifier si cet écart explique les oscillations parasites dans les mesures, la figure 2.3 compare la reconstruction obtenue en utilisant H_{doc} avec celle obtenue en utilisant H_{exp} (courbes en noir) pour un pulse de 156 A à 77 K dans un échantillon de la compagnie *SuperPower*. Comme prévu, les deux reconstructions de la figure 2.3 sont similaires. Ces résultats confirment que les oscillations de reconstruction ne proviennent pas d'une erreur dans la fonction de transfert, et le problème doit donc provenir de l'acquisition des signaux de sortie du 8-CIAS.

L'acquisition se fait à l'aide de deux cartes d'acquisitions distinctes. Le numéro de modèle de celle mesurant le signal des BF est NI PXIe 6341, tandis que celle mesurant le signal des HF est un modèle NI PXIe 5105. Lors de la calibration des mesures de tension, un décalage temporel entre les mesures des deux cartes d'acquisition a été observé. Celui-ci est dû au fait que la carte des BF prend 500 000 acquisitions par seconde, ou une acquisition à chaque $2 \mu s$, et ce, peu importe le nombre de canaux mesurés. Si la première mesure du premier canal utilisé est prise à $t = 0 \mu s$, alors la première mesure du deuxième canal est prise à $t = 2 \mu s$, celle du troisième, à $t = 4 \mu s$, et ainsi de suite. Il faut corriger ce délai avant la reconstruction pour que les mesures des BF et celles des HF soient synchronisées. Il est important de noter que même si les huit canaux sont utilisés, la fréquence d'acquisition des BF est de 62,5 kHz. Selon le théorème de Nyquist-Shannon, celle-ci est suffisante pour mesurer des fréquences

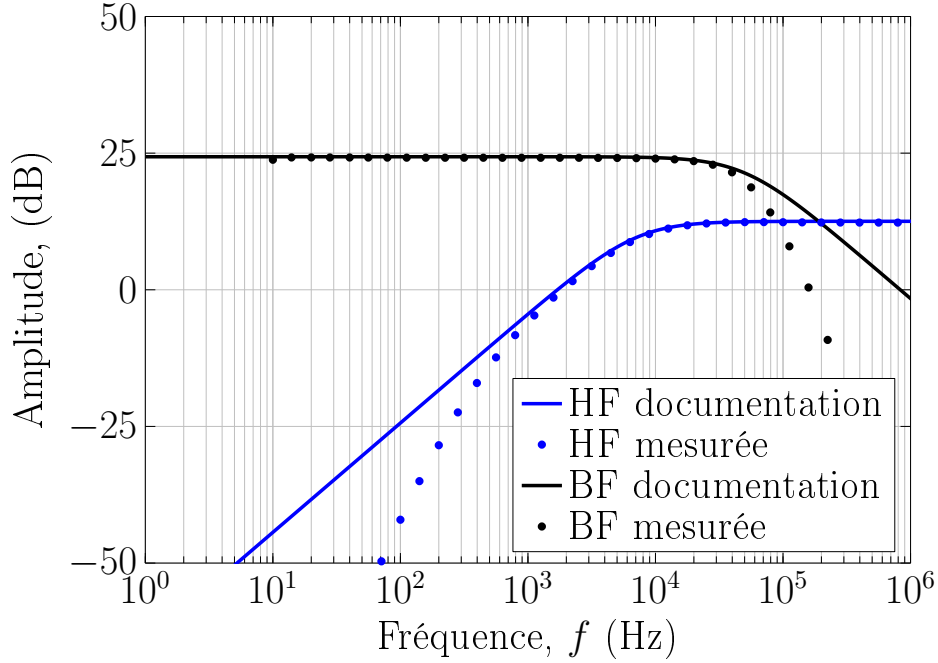


Figure 2.1 Comparaison entre les amplitudes mesurées des fonctions de transfert et celles fournies par la documentation du 8-CIAS [31].

allant jusqu'à 30 kHz. La figure 2.3 compare la reconstruction obtenue une fois le décalage corrigé avec la reconstruction originale pour les deux fonctions de transfert H_{doc} et H_{exp} . On remarque que la correction du décalage temporel réduit considérablement l'amplitude des oscillations parasites, améliorant ainsi considérablement la qualité des mesures.

Malgré la correction du décalage temporel, des oscillations parasites demeurent présentes, mais leur amplitude est inférieure à 0,2 % de la tension mesurée, ce qui est acceptable en comparaison à l'incertitude globale sur les mesures. Cependant, plusieurs facteurs limitent encore la qualité des mesures de tension. D'abord, l'utilisation de certains condensateurs ainsi que les différents *trigger* de la source rapide créent du bruit dans les mesures de tension. Pour corriger ces problèmes, il est nécessaire d'améliorer la communication entre les appareils et l'ordinateur. Un stagiaire travaille donc présentement au passage du programme de contrôle de la source rapide, originalement en LabVIEW, vers Python. Une fois fait, nous aurons accès à plus d'informations pour nous aider dans la calibration, mais cette tâche n'était pas encore terminée lors de la rédaction de ce mémoire. Une autre limitation est la tension induite dans les boucles de mesure. Afin de réduire son influence et d'éviter la saturation des cartes d'acquisition durant les montées en courant, un porte-échantillon spécial a été conçu par Mohammed Amine Draï lors de son stage à l'automne 2016, et le cryostat a dû être modifié pour accueillir ce nouveau porte-échantillon. Une version modifiée de celui-ci est également

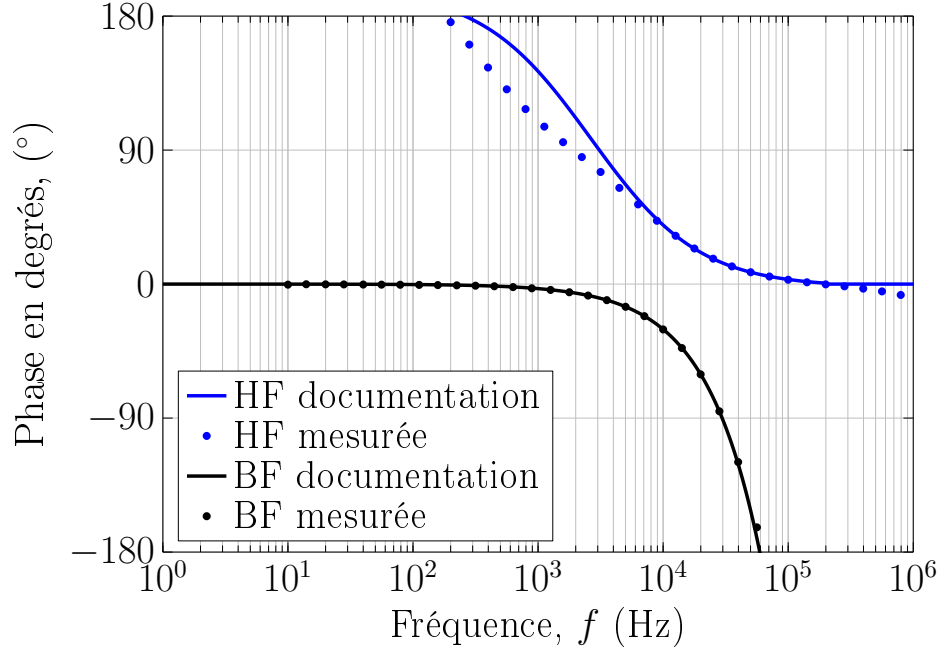


Figure 2.2 Comparaison entre les phases mesurées des fonctions de transfert et celles fournies par la documentation du 8-CIAS [31].

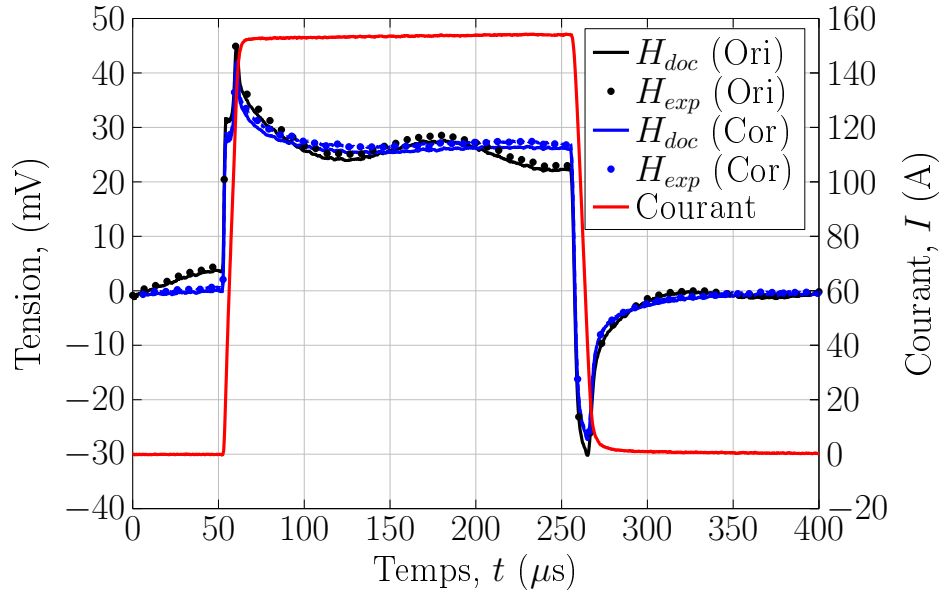


Figure 2.3 Comparaison entre la reconstruction obtenue en utilisant la fonction de transfert de la documentation du 8-CIAS [31], H_{doc} , avec celle obtenue en utilisant la fonction de transfert mesurée, H_{exp} . Les reconstructions originales (Ori), c'est-à-dire sans la correction du décalage temporel, et celles avec le décalage temporel corrigé (Cor), qui est de $6 \mu s$ dans ce cas, sont présentées.

présentée au chapitre 3. Ce chapitre contient une étude de la nature dynamique des mesures qui comprend les effets inductifs.

2.1.3 Cryostat et température

Lors des mesures, le porte-échantillon est placé à l'intérieur du cryostat. Il s'agit d'une chambre à vide connectée à un compresseur à l'hélium qui refroidit l'échantillon à environ 15 K. L'avantage de ce cryostat est qu'il peut être inséré dans l'électroaimant du laboratoire, permettant ainsi d'avoir un champ magnétique uniforme sur plus de 2 cm. Un élément chauffant contrôlé par une boucle de rétroaction est utilisé pour ajuster la température. Celle-ci est mesurée à l'aide d'une sonde thermique placée sous le porte-échantillon. Le courant est acheminé à l'échantillon par une amenée de courant en cuivre. Celle-ci a été conçue pour avoir une résistance et une inductance très faibles. Cependant, elle agit également comme un contact thermique entre l'échantillon et l'extérieur du cryostat. Une calibration est donc requise pour confirmer que la température mesurée concorde avec celle de l'échantillon.

Pour ce faire, un échantillon de cuivre, dont la résistance en fonction de la température est connue, a été placé dans le porte-échantillon puis dans le cryostat. La résistance du cuivre a été mesurée à tous les 5 mm et sa température en a été déduite. Les profils longitudinaux de la température sont tracés à la figure 2.4 pour différentes températures T_s mesurées par le senseur sous le porte-échantillon. On remarque d'abord que l'écart entre la température mesurée et celle de l'échantillon atteint 50 K par endroit. Ensuite, celle-ci varie de 15 K sur 5 cm d'échantillon. La courbe à $T_s = 18$ K correspond au cas où l'élément chauffant est éteint : le gradient de température ne peut donc pas être causé par celui-ci. Sur la même figure, les profils de température obtenus lorsque l'amenée de courant est déconnectée de l'échantillon sont tracés en pointillés. Le courant a été injecté par deux des fils de mesure, ce qui est possible uniquement pour des courants faibles (de l'ordre de 100 mA). Pour ces mesures, la température est uniforme sur la longueur de l'échantillon, et la température minimale atteinte par l'échantillon est inférieure à celle atteinte lorsque l'amenée est connectée. On conclut que l'amenée de courant est la cause du gradient de température.

Avant de faire des mesures dans le cryostat, il est nécessaire de corriger le problème d'uniformité de la température. En raison de contraintes de temps, il a été décidé que l'auteur de ce mémoire ne participerait pas à cette tâche, mais que celle-ci serait plutôt confiée à son successeur. La solution qu'il propose est d'augmenter l'ancrage thermique entre l'amenée de courant et le système de refroidissement. Ceci nécessite de fabriquer une nouvelle amenée et de faire des modifications physiques au cryostat, ce qui entraîne des délais supplémentaires au projet.

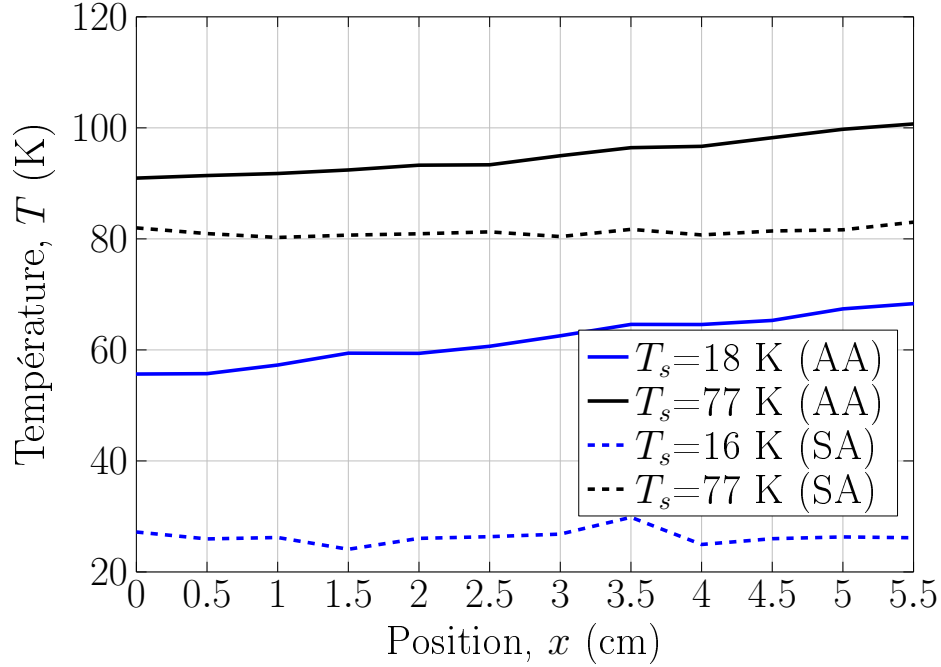


Figure 2.4 Profils longitudinaux de la température d'un échantillon de cuivre dans le cryostat en fonction de la température T_s mesurée par le senseur situé sous le porte-échantillon pour des mesures avec l'amenée de de courant (AA) et sans amenée de courant (SA).

Les problèmes du cryostat ont significativement réduit le nombre et le type de mesures faites durant cette maîtrise. D'abord, ces problèmes ont nui à la caractérisation en température de la résistivité du REBCO. En effet, à la Polytechnique de Montréal, les échantillons ont simplement été plongés dans l'azote liquide à 77 K, sans autre contrôle possible de la température initiale lors des pulses de courant. Dans le laboratoire de Bertrand Dutoit à l'EPFL, la température d'ébullition de l'azote est contrôlée en variant la pression dans le cryostat, ce qui permet d'atteindre une température minimale de 65 K. Dans ce mémoire, les mesures à 65 K ont été prises à l'EPFL. De plus, les problèmes du cryostat ont rendu impossible les mesures en champ magnétique externe, car le montage est tel que l'échantillon doit être inséré dans le cryostat avant que celui-ci ne soit inséré dans l'électroaimant. Aucune mesure en champ magnétique n'est donc présentée dans ce mémoire.

2.2 Échantillons

2.2.1 Géométrie

Les échantillons caractérisés dans ce mémoire sont des 2G HTS CCs commerciaux. Seulement deux types d'échantillons, provenant de deux fabricants différents, y sont traités.

Les échantillons provenant de la compagnie *Superconductor Technologies Inc* (STI) sont simplement notés «rubans STI» et ceux de la compagnie *SuperPower* (SP) sont notés «rubans SP». Il s'agit de rubans larges de 4 mm et les mesures sont effectuées sur des longueurs variant entre 0,5 cm et 7,5 cm. Les figures 1.2 et 2.5 présentent les géométries de chacun des deux types d'échantillons telles qu'utilisées dans les calculs. Dans les deux cas, le substrat est composé d'hastelloy et le supraconducteur est du REBCO polycristalin. Cependant, les propriétés électriques du REBCO varient selon sa méthode de fabrication, et donc selon le type de ruban. La couche d'argent sert de stabilisateur, car le courant est dévié dans celle-ci lorsque le REBCO devient résistif.

Certaines approximations sont implicites dans les figures 1.2 et 2.5. D'abord, certaines couches tampons (*buffer layers*) entre le REBCO et l'hastelloy ont été négligées, car leurs épaisseurs sont faibles, de l'ordre des nanomètres, et elles peuvent simplement être incluses dans l'hastelloy pour l'aspect thermique du problème. L'approximation la plus importante est cependant la réduction du problème en 2D. Cette approximation n'est valide que si le partage du courant entre le REBCO et l'argent ne varie pas dans le sens de la longueur de l'échantillon. Autrement, un modèle trois dimensions (3D), qui prend en compte la résistance électrique d'interface entre l'argent et le REBCO, et qui considère la longueur de transfert du courant entre ces deux couches, serait nécessaire. Par exemple, un modèle 3D est nécessaire près du contact entre l'amenée de courant et l'échantillon, car le contact est avec l'argent et le courant doit traverser l'interface résistive entre l'argent et le REBCO avant d'atteindre ce dernier. Pour éviter tout problème, les mesures sont prises à plus de 2 cm du contact avec l'amenée de courant. Malgré les limites de l'approximation 2D, celle-ci est nécessaire, car, autrement, le nombre de paramètres libres serait trop grand lors de l'analyse des résultats.

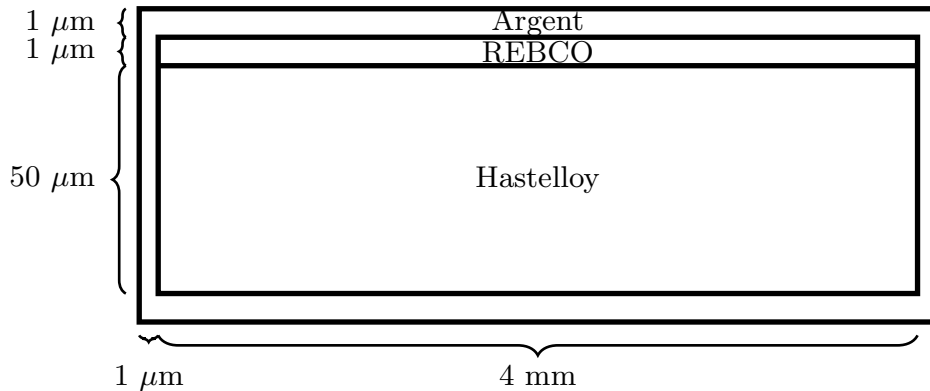


Figure 2.5 Géométrie des échantillons SP utilisés. Le schéma n'est pas à l'échelle.

2.2.2 Propriétés de base

Il est important de connaître les propriétés thermiques des matériaux constituant les échantillons pour être en mesure de calculer leurs températures. Les capacités calorifiques et les conductivités thermiques de l'hastelloy, de l'argent et du REBCO, ainsi que la résistivité électrique de l'hastelloy, sont les mêmes que celles utilisées par Lacroix et Sirois [32]. À basse température, la résistivité de l'argent est très sensible à sa pureté. Il est donc nécessaire de la mesurer. Les propriétés électriques du REBCO ne sont évidemment pas connues. Par contre, il est aisé de mesurer sa température critique, son courant critique et l'indice n de la loi de puissance approximant sa résistivité à faible champ électrique. Bien que la mesure de ces quantités n'est pas un des objectifs de ce mémoire, elle facilite la comparaison avec la littérature, car la plupart des auteurs utilisent ces trois quantités pour caractériser et décrire les supraconducteurs.

Pour mesurer T_c , un ruban SP est plongé dans l'azote liquide et une sonde de température y est fixée. La température de l'échantillon augmente graduellement lors de l'évaporation de l'azote. Avec le montage utilisé, plus de 30 minutes sont nécessaires pour que la température passe de 78 K à 100 K, ce qui assure une bonne uniformité de celle-ci. À toutes les 5 secondes, un courant I de 100 mA est envoyé dans l'échantillon et la tension V est mesurée avec un nanovoltmètre. La résistivité linéaire $\rho_L = V/(\ell I)$ mesurée pour l'échantillon SP03R, où ℓ est la distance entre les pointes de mesure, est tracée en fonction de la température à la figure 2.6. On remarque que la température critique est de 91,5 K. Ces données peuvent aussi être utilisées afin de calculer la résistivité de l'argent au-dessus de T_c . La résistivité de l'argent utilisée pour analyser les données expérimentales en est la régression linéaire sous T_c et elle vaut

$$\rho_{Ag}(T) = 0,00538T - 0,06422 \text{ } (\mu\Omega\text{cm}). \quad (2.1)$$

La première étape pour obtenir le courant critique et l'exposant n de la loi de puissance est de mesurer la courbe $E - I$ à faible champ électrique. Pour ce faire, des pulses de courant d'une durée de 8 ms sont envoyés avec la source lente et la moyenne de la tension pendant le plateau de courant est calculée. La courbe $E - I$ obtenue pour l'échantillon SP03R à 77 K est tracée à la figure 2.7 pour une distance de mesure de 8,5 cm et en utilisant $E_{cr} = 100 \text{ } \mu\text{V/cm}$. Avec un ajustement de courbe (*fit*), on obtient que $I_c = 105,5 \text{ A}$ et $n = 19$. Ce résultat est obtenu en ne considérant que les courants supérieurs à 90 A pour l'ajustement de courbe. La courbe $E = E_{cr} \left(\frac{I}{I_c}\right)^n$ est tracée à la figure 2.7 à titre de comparaison.

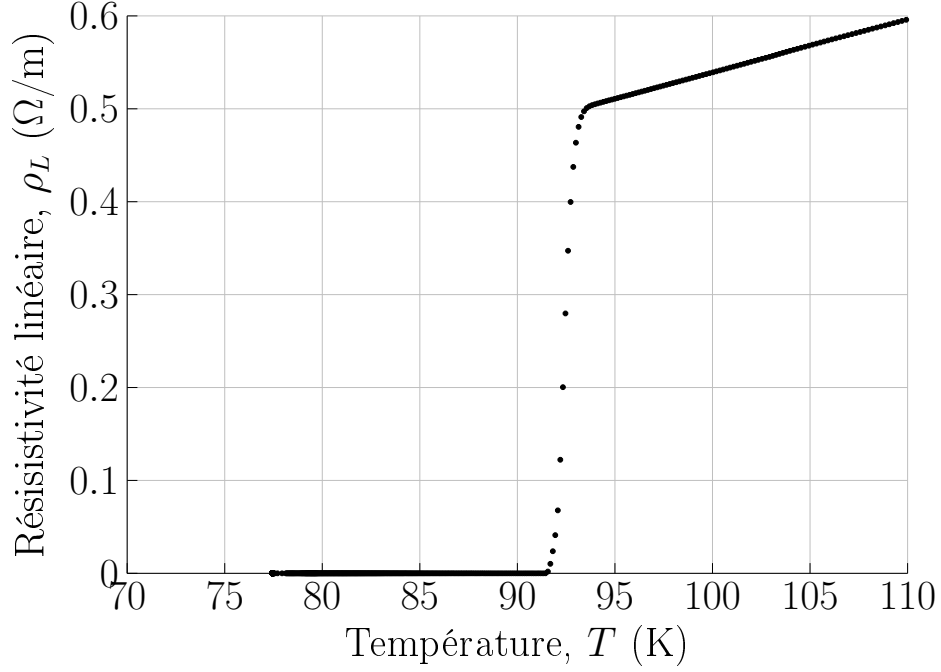


Figure 2.6 Résistance en fonction de la température de l'échantillon SP03R pour un courant de 100 mA. On remarque que la température critique est de 91,5 K.

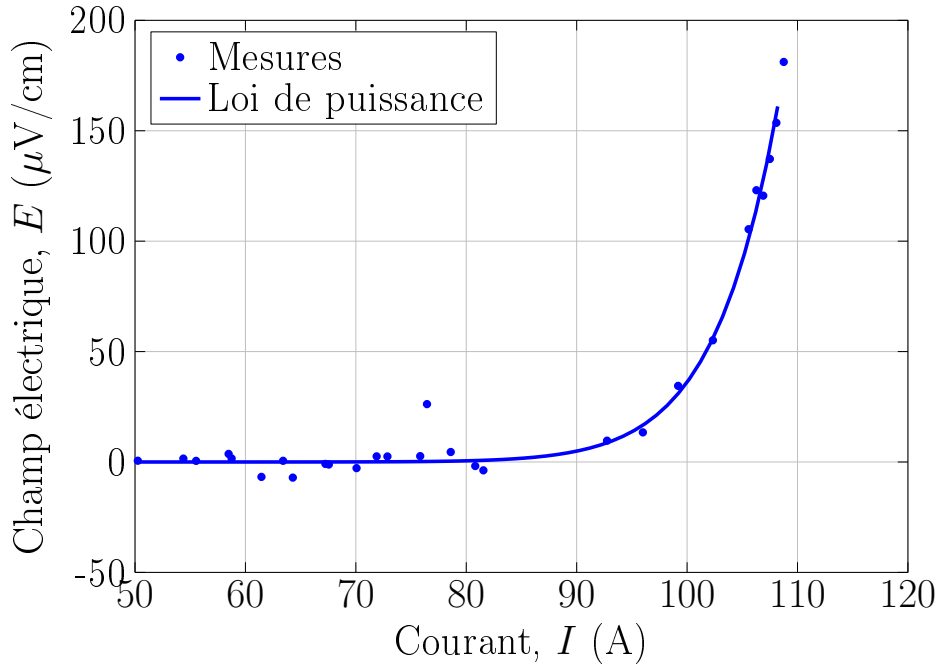


Figure 2.7 Comparaison entre la courbe $E - I$ du ruban SP SP03R à 77 K et la loi de puissance avec $I_c = 105,5$ A et $n = 19$ pour $E_{cr} = 100$ $\mu\text{V}/\text{cm}$.

CHAPITRE 3 ARTICLE 1 : POST-PROCESSING METHOD FOR EXTRACTING REBCO RESISTIVITY OF COATED CONDUCTORS IN OVER-CRITICAL CURRENT CONDITIONS FROM ULTRA-FAST V-I PULSED CURRENT MEASUREMENTS

Par Simon Richard, Frédéric Sirois et Christian Lacroix

L'intégralité du contenu de ce chapitre provient d'un article soumis à *JOURNAL OF APPLIED PHYSICS* le 11 mars 2019 et accepté pour publication le 18 avril 2019 [33]. L'auteur de ce mémoire est l'auteur principal de l'article présenté dans ce chapitre, c'est-à-dire que la totalité des simulations, calculs et modèles qui y sont présentés sont son œuvre. La contribution des deux autres coauteurs, bien qu'elle ne doive pas être négligée, se limite surtout à la structuration et à la rédaction de l'article. Afin d'être cohérent avec la langue de l'article, la notation anglaise est utilisée pour ce chapitre.

Abstract

This paper presents a simple but rigorous method to extract correctly the resistivity of the superconducting Rare-Earth Barium Copper Oxide (REBCO) layer of High Temperature Superconductor (HTS) coated conductors (CCs), when the latter are characterized in over-critical current conditions using ultra-fast V - I pulsed current measurements. The pulsed current measurement method is used to reduce the amount of heat generated by the strong current flowing in the sample, but it cannot prevent it completely at current levels well above the critical current. In order to estimate accurately the temperature rise, we developed the so-called “Uniform Current” (UC) model, which consists in a static current sharing model coupled with a 2D thermal solver. The model assumes that the electric field is uniform over the sample cross-section. It has been shown that this hypothesis works fine at high currents, but for lower current levels, although still higher than the critical current, one must wait until magnetic relaxation effects disappear before using the outputs of the UC model. We also derived a theoretical bound for the error related to magnetic relaxation, which can be estimated experimentally by using a rectangular pick-up coil located just above the sample surface. After applying the UC model on an experimental set of data, one obtains a whole set of data points defining the resistivity $\rho(J, T)$ of the REBCO superconductor being characterized.

3.1 Introduction

A lot of work has been done over the last years to improve the performance of second generation high temperature superconductor coated conductors (2G HTS CCs). These CCs (or simply “tapes”) have a great potential of use in many technological applications. The development of these applications greatly benefits from numerical modeling, which requires accurate material models. This is not a problem for superconductors operated below or near their critical current (I_c), but for applications in which CCs are driven above their I_c , such as fault current limiters or during pulsed field magnetization, the superconducting material enters into a highly dissipative flux flow regime, with intense heat generation and rapid temperature rise. Determining the current and temperature dependence of the resistivity above I_c is thus difficult, and for that reason, the electrical behavior of superconductors in the flux flow regime remains largely unknown [34].

One possible solution to reduce the impact of heating during measurements above I_c is to use a pulsed current technique [35] [36]. For this purpose, Sirois *et al.* [6] developed an ultra-fast, high pulsed current source, which can generate square current pulses up to 1500 A with a plateau duration as short as 10 μ s and a current rising rate up to 500 A/ μ s [6]. A typical current pulse generated with this system is shown in figure 3.1, where the basic quantities describing the pulse are defined, i.e. the time rise (t_r), the maximum current (I_{max}) and the pulse duration (t_p).

Even with ultra-fast current pulses, the temperature rise in the sample cannot be systematically neglected. For instance, in Therasse *et al.* [24], a temperature rise of 13 K (from 77 K to 90 K) was attained in less than 35 μ s when a current $I_{max} = 3I_c$ was applied in a CC with a thin silver stabilizer (2 μ m). As a consequence, the current sharing between each conducting layer in the tape, i.e. the superconductor, the silver stabilizer and the hastelloy substrate, changes as the temperature increases. This has to be taken into account in order to extract meaningful values of the superconductor resistivity ρ_{HTS} vs the instantaneous values of current density J and temperature T .

In this paper, we present a simple electro-thermal model that we called “Uniform Current” (UC) model, which takes into account temperature rise and current sharing between the various conducting layers of 2G HTS CCs during a current pulse. This model allows extracting correctly the $\rho_{HTS}(J, T)$ characteristic of the superconducting material from ultra-fast pulsed current measurements (on the μ s scale) when $I_{max} > I_c$.

The paper is organized as follows. At first, with the help of a magneto-thermal model

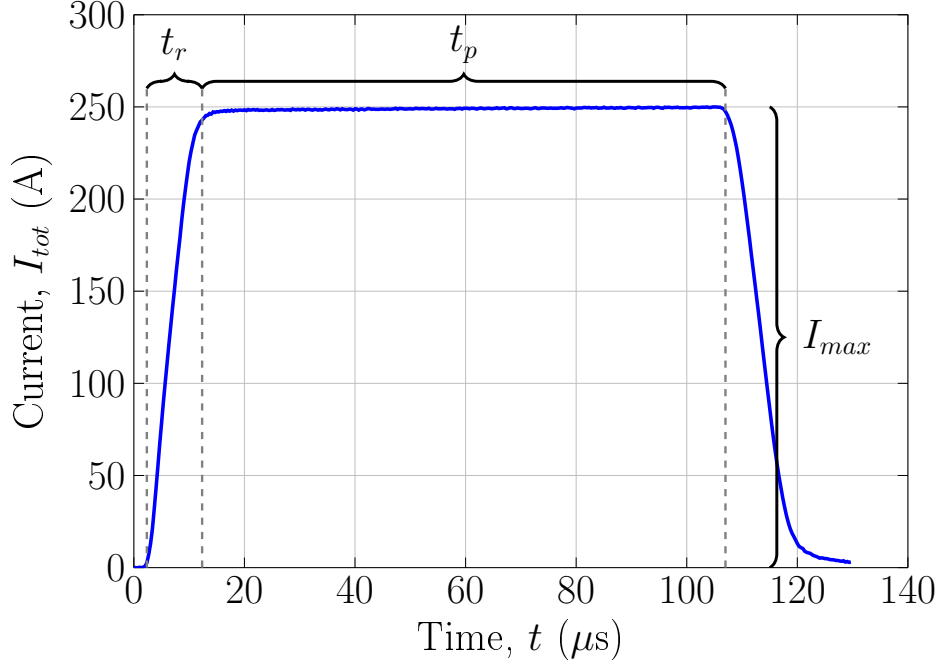


Figure 3.1 Typical current pulse used for the electrical characterization of HTS coated conductors (CCs). The pulse is characterized by i) a rise time (t_r), ii) a current amplitude (I_{max}), and iii) a plateau duration (t_p).

based on the H -formulation, we study in details the dynamics of current, electric field and voltage measurements during ultra-fast current pulses. Then, we present the details of the newly developed UC model. The accuracy and conditions of validity of the UC model are evaluated by comparing its outputs to a reference case calculated with the magneto-thermal model, which involve no major physical approximation. Finally, experimental results are presented and analyzed with the help of the UC model. As a complement, a theoretical error bound for the resistivity obtained with the UC model is derived in the Appendix.

3.2 Current and voltage dynamics during fast current pulses

3.2.1 Magneto-thermal model

To study the various physical dynamics that occur during ultra-fast pulsed current measurements, an electromagnetic model coupled with a thermal model is necessary. Our electromagnetic model is based on the well-known H -formulation, which can be written in

2D in its usual decoupled form (current flowing along the z axis) [29], [37]:

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} + \frac{\partial E_z}{\partial y} = 0, \quad (3.1)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = 0, \quad (3.2)$$

where $E_z = \rho J_z$, and J_z is given by

$$J_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}. \quad (3.3)$$

Equations (3.1), (3.2) and (3.3) are solved with the finite element method with COMSOL 4.3b, in order to obtain a solution in terms of H_x and H_y , from which we derive J_z . The 2-D approximation is valid here because the voltage taps are located more than 2 cm away from the current contacts, so the current has the necessary space to fully transfer into the bulk of the cross-section. The total current I_{tot} flowing in the simulated tape is imposed with the following constraint:

$$I_{tot}(t) = \iint J_z \, dx \, dy. \quad (3.4)$$

The thermal effects are taken into account by solving the heat diffusion equation simultaneously with the electromagnetic problem. The general form of the heat equation reads as follows:

$$c_v \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\kappa \nabla T) = Q, \quad (3.5)$$

where κ is the thermal conductivity, c_v is the volumic specific heat, and Q represents the local heat generation. In the 2D case considered in this paper, $Q = E_z J_z$. No external cooling is applied at the boundary of the tape (adiabatic regime), as on a microsecond time scale, the heat transfer plays a negligible role. However, the addition of convective cooling can easily be implemented by adding a Neumann boundary condition to model the Newton law of cooling, such as in (3.5).

It is worth mentioning that the temperature profile $T(x, y)$ cannot be assumed as uniform throughout the CC cross-section, and especially not across its thickness. For instance, the thermal diffusivity of hastelloy at 77 K is $D = \kappa/c_v = 4.32 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ [38]. Knowing that the diffusion length $\lambda = 2\sqrt{Dt}$ [39], we find that it takes more than 100 μs for heat to diffuse through a typical 50 μm -thick hastelloy substrate used in superconducting tapes. We thus conclude that the internal temperature gradient inside tapes must be taken into account when performing post-processing on fast pulsed current measurements.

3.2.2 Coated conductor model

The geometry of the HTS CC sample considered in this paper is shown in figure 3.2 (not to scale). It consists of a 4-mm-wide tape with a 1- μm -thick layer of REBCO deposited on a 50- μm -thick substrate of hastelloy. The entire tape is surrounded by a 1- μm -thick silver layer. A 10-mm-wide and 10- μm -thick copper conductor located 0.5 mm below the tape is also included in the simulation to model the current return path. When the latter is close to the sample and the current vary rapidly, it has an impact on the spatial current distribution (proximity effect). In addition, in the context of ultra-fast current pulses, the current distribution within the sample does not become instantaneously uniform over its cross-section: the self-field requires a certain time to relax and allow current to penetrate deeper in the sample. This phenomenon is called “skin effect” in ohmic conductors, but in more general terms, it is a “magnetic relaxation” phenomenon.

The electrical and thermal properties of the non-superconducting materials, as well as the thermal properties of REBCO, were taken from the references given in [32]. In the magneto-thermal model, the electrical resistivity of REBCO was modeled with a power law characteristic, i.e.

$$\rho = \frac{E_{cr}}{J_c(T)} \left| \frac{J_z}{J_c(T)} \right|^{n-1}, \quad (3.6)$$

where J_c is the critical current density, n is the power law exponent, and E_{cr} is the electric field criterion used to determine I_c from V - I measurements. The temperature dependence of J_c is given by the empirical formula:

$$J_c(T) = J_{c0} \frac{(T_c - T)}{(T_c - 77 \text{ K})}, \quad (3.7)$$

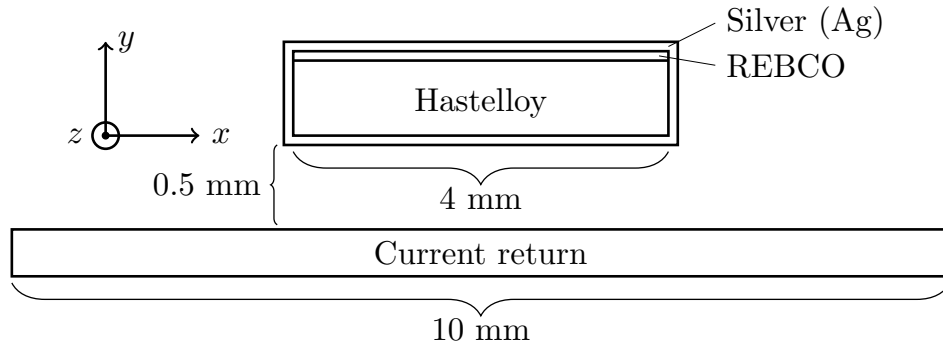


Figure 3.2 Schematic of the sample geometry (not to scale). The current flows along the z direction. The tape has 1 μm of REBCO, 50 μm of hastelloy and 1 μm of surrounding silver stabilizer.

where T_c is the critical temperature, and J_{c0} is the current density at $T = 77$ K. The values of the REBCO electrical parameters used in this paper are listed in table 3.1. They are based on an experimental fit on data taken on a sample fabricated by SuperPower.

Note that the power law model in this paper is only used to study by simulation the dynamics of current and electric field distributions, as well as what happens when one measures voltages in presence of fast current pulses. The final data analysis performed with the UC model does not make any assumption about the mathematical form of REBCO resistivity.

Table 3.1 Parameters used for studying the electrodynamic of pulsed currents.

Param.	Value	Unit	Comment
S_{HTS}	40×10^{-6}	cm^2	HTS cross-section
T_c	90	K	
E_{cr}	1	$\mu\text{V}/\text{cm}$	
I_c	91	A	(at $T = 77$ K)
n	19	—	(at $T = 77$ K)
J_{c0}	2.275	MA/cm^2	$J_{c0} = \frac{I_c(77 \text{ K})}{S_{HTS}}$

3.2.3 Current density and electric field profiles during pulses

The solid lines in figures 3.3a and 3.3b respectively show the current density (J) and electric field (E) profiles vs. time across the width of the tape defined in figure 3.2, in which we imposed a current pulse of $I_{max} = 135$ A, $t_r = 10 \mu\text{s}$ and $t_p = 100 \mu\text{s}$. The initial temperature of the tape was $T_0 = 77$ K, thus $I_{max} \approx 1.5I_c(77 \text{ K})$. It is understood that, in 2D, $J = J_z$ and $E = E_z$. We observe that, in this particular case, E and J become uniform after approximately $40 \mu\text{s}$. At the beginning of the pulse, both J and E are much stronger at the edges of the tape than in its center. This is due to magnetic relaxation. In superconductors, magnetic relaxation leads to a critical state profile that rapidly flattens over time when $I_{max} \geq I_c$. The practical consequence of this relaxation is that we do not measure the same voltage if we place the voltage taps on the edge or along the center line of the tape, unless E becomes uniform across the tape width.

As a comparison, the same simulation was run on a fictitious tape with the same geometry as in figure 3.2, but where REBCO has been replaced by silver (Ag), whose resistivity is much higher than that of REBCO when the latter is in the superconducting state. The results for J and E are plotted as dashed lines in figures 3.3a and 3.3b. We observe that J and E are much more uniform in this case.

The above results indicate that the magnetic relaxation time is longer when resistivity is low, such as in superconductors. Therefore, in order to perform meaningful voltage measurements in CCs in presence of current pulses on the time scale of microseconds, the duration t_p of the pulses must be chosen carefully. On the one hand, one would like to make sure that the pulses are long enough so that E and J become uniform across the width of the tape before considering the measurement as valid. Otherwise, the experimental error on the resistivity could be important (it will be quantified later in the paper). On the other hand, too long pulses can lead to a thermal destruction of the sample.

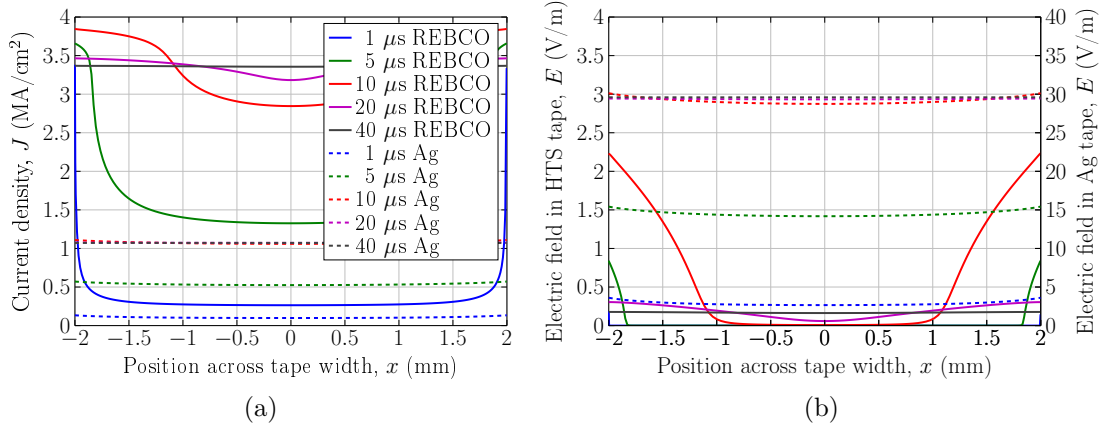


Figure 3.3 Current density (a) and electric field (b) profiles simulated for a current pulse of $I_{max} \approx 1.5I_c = 135$ A, $t_r = 10$ μs and $t_p = 100$ μs, in a regular REBCO CC (full lines), and in a fictitious CC where REBCO has been replaced by silver (dashed lines). This illustrates how the presence of REBCO strongly influences the profiles and their relaxation times.

3.2.4 Induced voltage and relaxation time

The simplest way to measure the relaxation time of J and E during a pulse is to use a loop placed on top of the sample, but electrically insulated from it, as shown in figure 3.4. This loop is in fact a pick-up coil in which a voltage $V_i = -d\Phi/dt$ is induced when the total magnetic flux linking the loop (Φ) varies with time (Faraday's equation). We can write $\Phi = \iint_{S_i} \vec{B} \cdot d\vec{S}_i$, where \vec{B} is the magnetic flux density and \vec{S}_i is a unit vector perpendicular to the cross-section S_i of the loop. As shall be seen later, Φ varies over time not only when the total current $I_{tot}(t)$ in the sample changes, but also when it is constant and equal to I_{max} , but still relaxing towards a uniform distribution.

This is more easily seen by rewriting Faraday's equation in terms of the electric field. As a first step, we drop the minus sign in $V_i = -d\Phi/dt$, since we can always arbitrarily swap the terminals of a pick-up coil in order to change the sign of the induced voltage. We can thus write $V_i = d\Phi/dt = \iint_{S_i} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}_i = \iint_{S_i} \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot d\vec{S}_i$. In our 2D coordinate system (see figure 3.4), the integral becomes $\int_0^\ell \int_{x_1}^{x_2} \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} dx dz$, where ℓ is the length of the loop and $x_2 - x_1$ is its width. Finally, knowing that the normal component of \vec{H} corresponds to H_y , and using (3.2) to write $\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial x}$, we obtain:

$$\begin{aligned} V_i &= \ell \int_{x_1}^{x_2} \frac{\partial E}{\partial x} dx \\ &= \ell (E(x_2) - E(x_1)) , \end{aligned} \quad (3.8)$$

that is, the induced voltage V_i is simply equal to the difference in the electric field values at positions x_2 and x_1 , times the length ℓ of the loop. Furthermore, we clearly see that V_i is zero only if $E(x_1) = E(x_2)$, which means that the electric field E (and thus J) must be uniform across the width of the sample. The time required to reach $V_i = 0$ can therefore be used as a definition of the relaxation time of a current pulse.

If x_1 corresponds to the center the tape and x_2 corresponds to its edge (or side), the inductive voltage per unit length, defined as $v_i = V_i/\ell$ (V/m), can be written as

$$v_i = E^s - E^c, \quad (3.9)$$

where $E^c = E(x_1)$ is the electric field at the center of the tape and $E^s = E(x_2)$ is the electric field on the side of the tape.

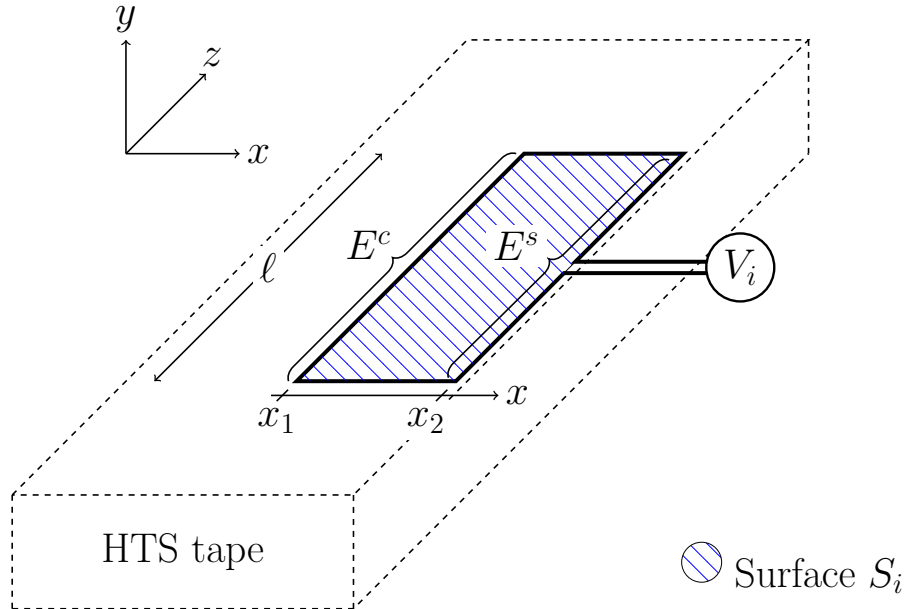


Figure 3.4 Ideal geometry of an inductive loop located on the surface of a HTS tape sample. The inductive voltage is simply $V_i = -d\Phi/dt$, where Φ is the total flux linking the loop defined by the surface S_i .

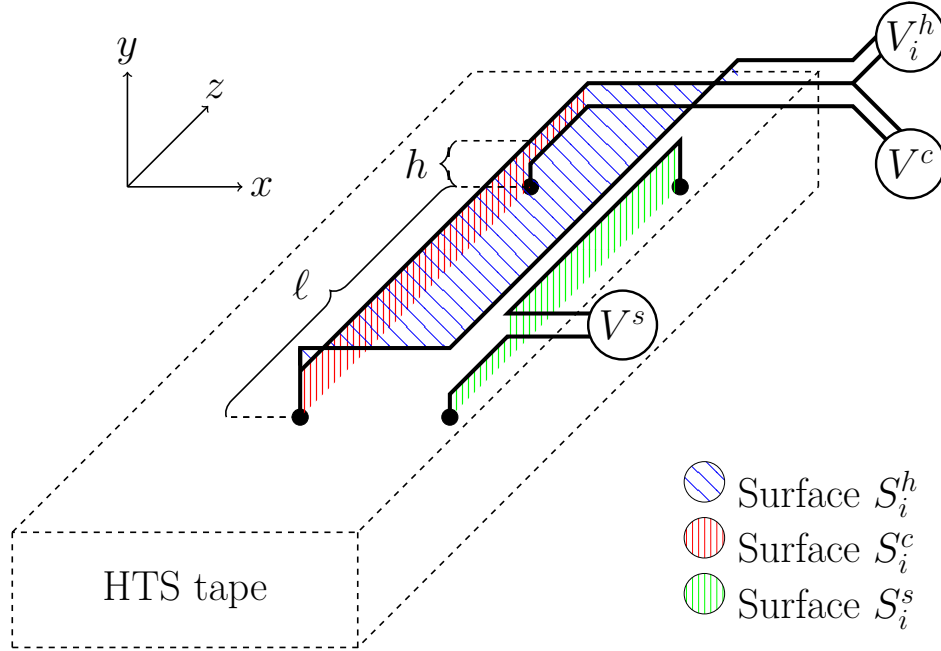


Figure 3.5 Realistic geometry of a voltage measurement setup for a HTS tape, showing 4 contact points (voltage taps) on the tape surface (black dots). The different lines correspond to wires used as voltage leads for three voltmeters. For practical reasons, these wires cannot be in the sample plane as the sample surface. In our physical setup, we have $h \approx 0.7$ mm and $\ell = 3.4$ cm.

3.2.5 Voltage measurement during pulses

The above development, leading to equation (3.8), is in fact a simplified version of the reality. It is only valid if the loop is located exactly in the same plane as that where the current flows. In practice, the loop is necessarily located slightly above the sample by at least the insulation thickness of the voltage leads.

Figure 3.5 shows the real geometry of the voltage measurement setup used in our experiments. The wires represented correspond to the traces of a 4-layer printed circuit board (PCB) integrated in our sample holder. One sees that the traces are located at different heights above the surface of the sample. The PCB is pressed onto the surface of the sample, realizing electrical contacts at four specific points (black circles in figure). This configuration allows measuring three quantities: i) the total voltage V^c over a distance ℓ along the center of the tape, ii) the total voltage V^s over a distance ℓ along the side of the tape, and iii) the induced voltage V_i^h in a loop similar to that of figure 3.4, but whose height above the surface of the sample is $h \approx 0.7$ mm. As a result, V_i^h is slightly different from the ideal case V_i . In addition, the surface S_i^h of the loop is not contained in a well-defined plane. Finally, for

practical reasons, the loop is longer than ℓ , but this is not a problem since later in the paper we normalize all measured voltages by the length of the voltage leads along z .

In practice, the useful measurements for determining the resistivity are V^c and V^s , and not V_i^h , which only allows determining the relaxation time. Since the leads of the voltmeters measuring V^c and V^s close their paths through the sample, one can write (Faraday's law in integral form):

$$\begin{aligned} V^{c,s} &= \int_{u^{c,s}} \vec{E} \cdot d\vec{u}^{c,s} + \iint_{S_i^{c,s}} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}_i^{c,s} \\ &= \ell E^{c,s} + V_i^{c,s}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

where \vec{E} and \vec{B} are the local electric field and magnetic flux density, respectively, $\vec{u}^{c,s}$ is an integration path running from one terminal of the voltmeter to the other, $S_i^{c,s}$ is the loop surface illustrated in figure 3.5, and ℓ is the distance between the voltage taps. The term $V_i^{c,s}$ therefore corresponds to an induced voltage due to flux from the sample linking the loop formed by the voltmeter leads, exactly as explained in previous section.

To obtain the term $\ell E^{c,s}$, we assumed that the voltmeter is perfect, i.e. that it draws negligible current from the sample and that the electric field is zero in the voltmeter leads. Thus, the only non-zero part of the first integral in (3.10) is for the integration path $\vec{u}^{c,s}$ in the sample. At the end, the integral reduces to $\ell E^{c,s}$. We thus have

$$v^{c,s} = \frac{V^{c,s}}{\ell} = E^{c,s} + v_i^{c,s}, \quad (3.11)$$

where v^c and v^s are the normalized V^c and V^s voltages measured by the voltmeters at the center and on the side of the tape, respectively, and v_i^c and v_i^s are the normalized parasitic voltages associated to the same voltmeters, and which prevent us from measuring directly the surface electric fields E^c and E^s . Remembering that for an ideal inductive pick-up loop, $v_i = E^s - E^c$ (see equation (3.8)), we can write

$$\begin{aligned} v_i &= E^s - E^c \\ &= (v^s - v_i^s) - (v^c - v_i^c) \\ &= v^s - v^c + v_i^{par}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

where $v_i^{par} = v_i^c - v_i^s > 0$ (a result found by simulation) is the net inductive parasitic voltage resulting from the non-ideal configuration of the voltmeter leads. In practice, it means that one cannot find an equivalent to the ideal loop of figure 3.4 with two voltmeters measuring the

surface electric field, because the parasitic voltage is always present. In the particular context of ultra-fast current pulses, v_i^c and v_i^s can be of the same order of magnitude than E^c and E^s , even if the surfaces S_i^c and S_i^s are small, e.g. when their thickness is less than that of a PCB. Therefore, it is necessary to wait until the end of the relaxation process before extracting any useful data. Indeed, after relaxation has completed and current in sample is uniform, all inductive voltages are zero, i.e. $v_i = v_i^c = v_i^s = v_{par} = 0$, and $v^s = v^c = E^s = E^c = E$, where E is the uniform static electric field measured after relaxation. Further details about these subtil voltage measurement issues can be found in [40], [41] and [42].

3.2.6 Simulated voltage measurements

The magneto-thermal model introduced in this section can be used to get an idea of the voltage waveforms that we should measure with the experimental setup of figure 3.5, i.e. v^c , v^s and v_i^h , which is the closest approximation of v_i that we can obtain experimentally. To simplify the simulations, the surfaces S_i^c , S_i^s and S_i^h shown in the figure were modeled as simple rectangular loops, i.e. their irregular paths have been neglected. The total flux variation in each loop was computed numerically in order to obtain the inductive voltages v_i^c , v_i^s and v_i^h .

Figure 3.6 shows an example of results obtained for v_i^h , E^c , E^s , $v^c = E^c + v_i^c$ and $v^s = E^s + v_i^s$, for a current pulse with $I_{max} = 150$ A ($\approx 1.65 I_c(77\text{ K})$) and $t_r = 10\text{ }\mu\text{s}$. We can clearly see that E^c remains at zero for a much longer time than E^s , since it takes time for the current to relax and reach the center of the sample. Also, the time evolution of E^s and E^c in the current plateau purely results from the relaxation (there is no parasitic voltages here since the simulation allows obtaining directly the electric field values). The effect of induced voltages can be seen on the v^c and v^s curves though: the difference between the $v^{c,s}$ and $E^{c,s}$ curves corresponds to the parasitic induced voltages $v_i^{c,s}$. Although during the relaxation stage $v_i^s (= v^s - E^s)$ is quite negligible in this particular case, $v_i^c (= v^c - E^c)$ is not negligible at all. Interestingly, for $t \geq 15\text{-}20\text{ }\mu\text{s}$, v^c reaches a constant value that approaches the asymptotical value of E^c and E^s , despite the fact the relaxation is not yet complete. This is a coincidence though, since the exact shape of v_i^c highly depends on the geometries of the sample and sample holder. In the general case, the sole measurement of v^c is not sufficient to determine if the electric field has become uniform in the sample or not. In order to conclude, one needs at least one additional measurement, either v^s or v_i^h .

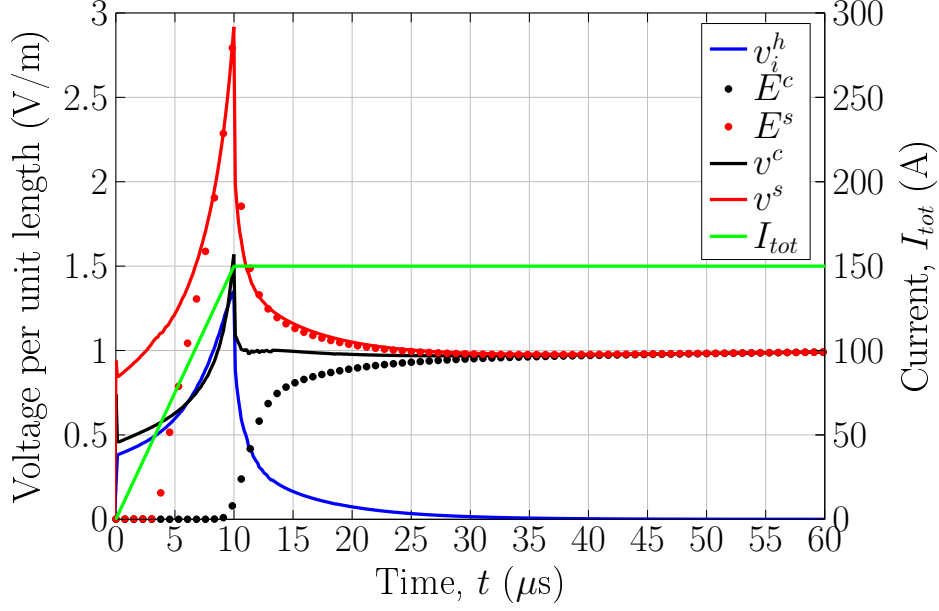


Figure 3.6 Simulated values of v_i^h , E^c , E^s , v^c and v^s for a current pulse of $I_{max} = 150$ A ($\approx 1.65I_c(77\text{ K})$) and $t_r = 10\text{ }\mu\text{s}$. The sample temperature was also simulated, but results are not shown here.

3.2.7 Experimental validation of voltage measurement simulations

In order to validate the simulated voltage measurements obtained with our electromagnetic model, i.e. equations (3.1), (3.2) and (3.3), we measured the electrical response of a 4-mm-wide and $50.8\text{ }\mu\text{m}$ -thick copper strip immersed in liquid nitrogen and submitted to a 15 kHz, 16.9 A peak-to-peak AC current. The use of a high frequency and of liquid nitrogen allowed us decreasing the skin depth $\delta = \sqrt{2\rho/(\omega\mu_0)}$ in copper to $\approx 0.2\text{ mm}$ ($\rho_{Cu}(77\text{ K}) \approx 0.25\text{ }\mu\Omega\text{cm}$). A small skin depth allows increasing the difference between v^c and v^s sufficiently to make it measurable. A lock-in amplifier was used to measure v^c , v^s and v_i^h , which have also been simulated with our model. The geometry of the leads used to measure the voltages was that illustrated in figure 3.5.

The results are compared in figure 3.7. We observe that the experimental values and the simulations are in excellent agreement, which validate our electromagnetic model. The very small discrepancy observed for v_i^h comes from the irregularities in the experimental inductive loop, which was simulated as a planar rectangle in COMSOL.

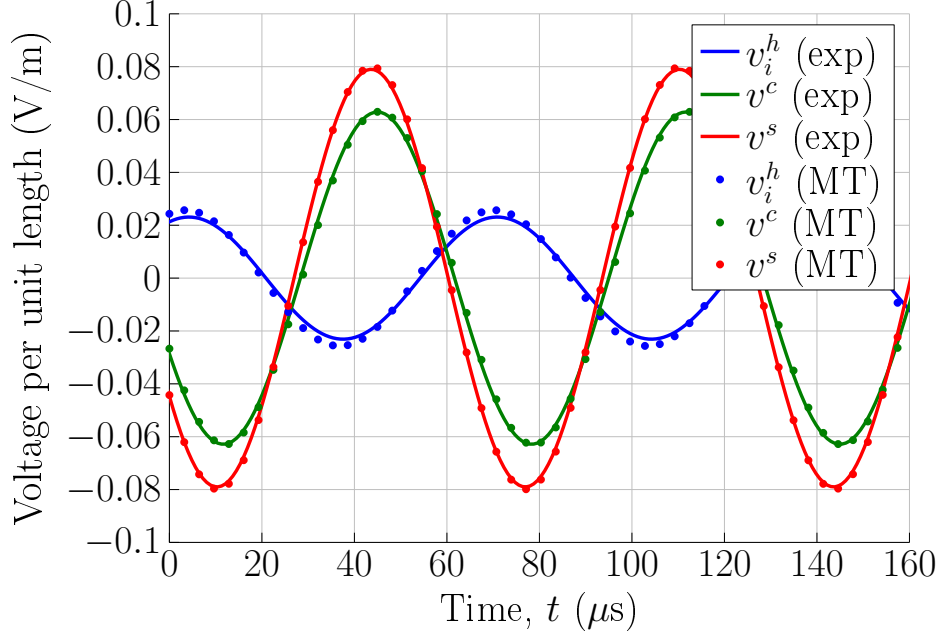


Figure 3.7 Comparison between the experimental voltages (exp) and the voltages simulated with the magneto-thermal (MT) model, when a 15 kHz AC current of 16.9 A peak-to-peak AC is imposed in a 4-mm wide and 50.8- μm thick copper strip immersed in liquid nitrogen. The voltage leads configuration is that illustrated in figure 3.5.

3.3 Model for data analysis

3.3.1 Uniform Current (UC) model

The magneto-thermal (MT) model used in the previous section is accurate, but it has two drawbacks. Firstly, it requires an *a priori* knowledge of the functional form of the resistivity $\rho(J, T)$, which we do not have since we are trying to measure it with this pulsed current experiment. Therefore, the MT model cannot be used directly as a post-processing tool. Secondly, even if it could be used, it would require substantial computational resources, typically more than 5 minutes per simulated pulse, which is too much for being practical for post-processing data. In practice, the only available experimental data are i) the total current $I_{tot}(t)$ injected in the sample, ii) normalized voltage measurements (at least $v^c(t)$, and ideally also $v^s(t)$ and/or v_i^h), and iii) the initial temperature T_0 of the sample (there is no possibility to measure the temperature evolution in real time during a pulse). Our post-processing tool must be able to work with this sole information.

We therefore propose to replace the full electromagnetic model by a simple 2D static current sharing model, in which E is uniform over the whole cross-section of the tape at all

times, and J is uniform over the cross-section of the superconducting layer. The 2D time transient thermal model remains the same as above. We shall call this model the Uniform Current (UC) model.

In the UC model, we assume that the static electric field E^{UC} supporting the current flow is equal to the voltage per unit length measured at the center of the tape, i.e. $E^{UC} = v^c$. The local current density in silver and hastelloy can be easily calculated with

$$J_{Ag}^{UC} = \frac{v^c}{\rho_{Ag}(T)}, \quad (3.13)$$

$$J_{Hast}^{UC} = \frac{v^c}{\rho_{Hast}(T)}, \quad (3.14)$$

where ρ is the local resistivity of the material, which is known for silver and hastelloy, and T is the local temperature. The total currents flowing into silver and hastelloy are given by $I_{mat}^{UC} = \int_{S_{mat}} J_{mat}^{UC} dx dy$, where $mat = \{Ag, Hast\}$ and S_{mat} is the cross-section of the material. These integrals are easily computed numerically. The current I_{HTS}^{UC} flowing in the superconductor is obtained by subtracting the current of each metallic layer from the total measured current (I_{tot}), i.e.

$$I_{HTS}^{UC} = I_{tot} - I_{Ag}^{UC} - I_{Hast}^{UC}. \quad (3.15)$$

The current density J_{HTS}^{UC} in the superconductor, assumed as uniform by definition of the UC model, is given by

$$J_{HTS}^{UC} = \frac{I_{HTS}^{UC}}{S_{HTS}}, \quad (3.16)$$

where S_{HTS} is the cross-section of the superconductor. Finally, the resistivity ρ_{HTS}^{UC} of the superconductor is expressed as

$$\rho_{HTS}^{UC} = \frac{v^c}{J_{HTS}^{UC}}, \quad (3.17)$$

which is the most important result of this development.

Once the current density is known in all materials, we calculate the local losses $Q = E^{UC} J_{mat}^{UC} = v^c J_{mat}^{UC}$, and we insert these values in the heat equation (3.5) to compute the temperature distribution over the whole tape cross-section.

The UC model is easy to use. Although it is convenient to solve it with the finite element method, other numerical or analytical methods could be used. In all cases, the UC model induces two sources of error in the solution. Firstly, because the model computes an instantaneous current sharing between the various tape materials, it neglects all relaxation effects, which has an impact on the value of local losses and temperature. Secondly, we know that v^c is not equal to the electric field in the sample during the relaxation stage, since it

includes an additional induced voltage term, i.e. $v^c = E^c + v_i^c$, with $v_i^c > 0$, thus $v^c > E^c$. Based on the physical layout of our voltage measurement setup (see figure 3.5), and assuming that $I_{tot} = I_{max}$ is constant, as it is during the pulse plateau, we can bound on the relative error $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ on the resistivity calculated with the UC model, ρ_{HTS}^{UC} , i.e.

$$\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} = \left| \frac{\langle \rho \rangle_{HTS} - \rho_{HTS}^{UC}}{\rho_{HTS}^{UC}} \right| \leq \left| \frac{v_i^h}{v^c} \right|, \quad (3.18)$$

where $\langle \rho \rangle_{HTS}$ is the real average resistivity of the superconductor, defined as $\langle \rho \rangle_{HTS} = \frac{1}{S_{HTS}} \iint_{S_{HTS}} \rho_{HTS}(x, y) dx dy$, but unknown when performing the experiment. The proof of this expression is developed in the Appendix. To obtain (3.18), we assume that the values of E and J are minimal in the center and maximal on the side of the sample, but no other assumption is made about the form of the resistivity. From a practical point of view, one just need to remember that $\max(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}) = |v_i^h/v^c|$.

Equation (3.18) explicitly shows that the error $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} \rightarrow 0$ only when $v_i^h \rightarrow 0$, i.e. when relaxation disappears and E and J get uniform in the superconductor (here we neglect the slight dependence of J_c with the local self-field). However, even if we reach a steady state regime in the pulse plateau, where the UC model is highly accurate, the transient electromagnetic regime that precedes this steady state may induce an offset error in the temperature and current sharing calculated with the UC model. This error is quantified in the next section.

3.3.2 Accuracy of UC model

In this section, we use reference solutions generated with the magneto-thermal solver in order to evaluate the error committed by the UC model in re-computing the temperature and current sharing. The geometric parameters used in the simulations are those illustrated in figures 3.2 and 3.5. The superconductor behavior is still based on a power law model whose parameters are given in table 3.1. Current pulses with $t_r = 10 \mu s$, $t_p = 100 \mu s$ and various I_{max} were simulated (see figure 3.1 for pulse waveform definition).

The following procedure was used in order to emulate a perfect experiment. Firstly, the magneto-thermal model was used to solve each problem and to determine the parasitic inductive voltage $v_i^c(t)$ and the electric field $E^c(t)$ along the center of the tape. From these values, we deduced $v^c(t) = E^c(t) + v_i^c(t)$, which is the simulated value of the voltmeter reading (perfect reading, without noise or other experimental error). Next, this $v^c(t)$ value was used as an input to the UC model, as well as the total current $I_{tot}(t)$ and the initial sample temperature ($T_0 = 77$ K in all cases). Then, we quantify the relative errors committed

on $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, I_{HTS}^{UC} and ρ_{HTS}^{UC} with respect to the reference values from the magneto-thermal model, i.e. $\langle T \rangle_{HTS}^{MT}$, I_{HTS}^{MT} and $\langle \rho \rangle_{HTS}^{MT}$ (averaging is performed on the HTS cross-section).

Figure 3.8 compares the average REBCO temperatures obtained with the magneto-thermal model, $\langle T \rangle_{HTS}^{MT}$, with those obtained with the UC model, $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, for different values of $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$. We observe that they are almost the same, even if the maximum temperature elevation is above 4 K in the worst case ($p = 2.75$). The maximum relative error recorded was less than 0.025 %, which is very satisfying considering that it is much lower than any experimental source of error.

Figure 3.9 compares the currents in the superconductor obtained with the magneto-thermal model, I_{HTS}^{MT} , with those obtained with the UC model, I_{HTS}^{UC} . The relative errors are shown in figure 3.10. We observe that I_{HTS}^{UC} is very accurate (less than 1% of error) as soon as the total current in the sample is constant, i.e. for $t > 10 \mu s$ in this case. The large error (between 1 and 100 %) observed during the current rise is a consequence of the parasitic induced voltage v_i^c , which artificially increases the value of $v^c (= E^c + v_i^c)$ and, according to (3.13) and (3.14), this leads to an exaggeration of the currents flowing into silver (I_{Ag}^{UC}) and hastelloy (I_{Hast}^{UC}), and thus an underestimation of I_{HTS}^{UC} , as can be deduced from (3.15). Note

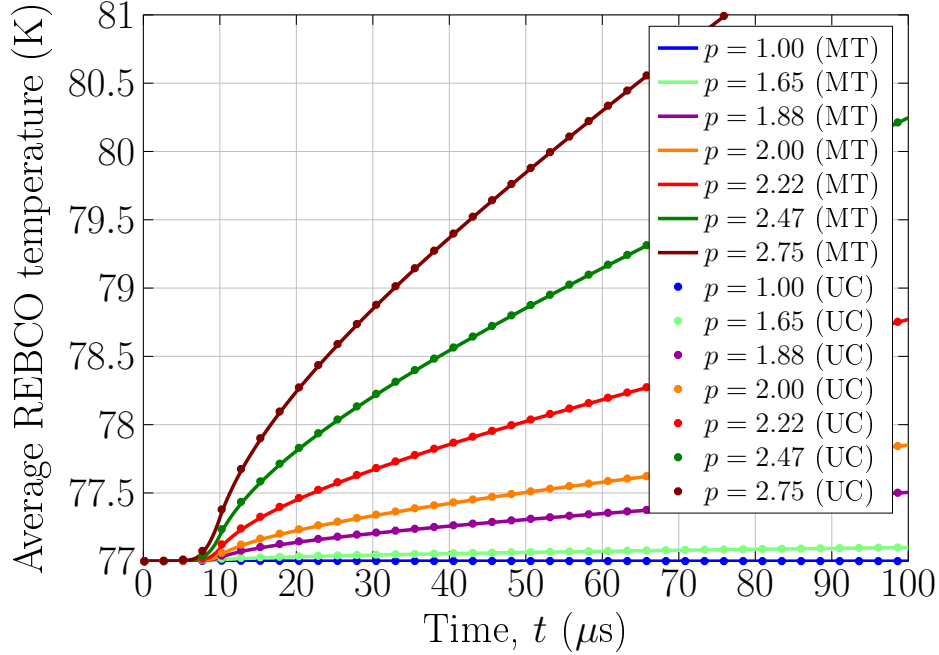


Figure 3.8 Average temperature of the superconductor obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model for current pulses with $t_r = 10 \mu s$, $t_p = 100 \mu s$ and different $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$.

that the decrease of I_{HTS} over time for $p = I_{max}/I_c(77\text{ K}) \geq 1.88$ is caused by heating of the REBCO layer, which increases the superconductor resistance and forces more current to flow in the other metallic layers (silver and hastelloy).

Figure 3.11 compares the REBCO resistivities obtained with the magneto-thermal and the UC models, respectively $\langle \rho \rangle_{HTS}^{MT}$ and ρ_{HTS}^{UC} . As expected, the UC model gives a completely wrong values of resistivities during the current rise ($t < 10\text{ }\mu\text{s}$). Once again, this error is mainly a consequence of the parasitic voltage v_i^c . However, as soon as the applied current becomes constant (for $t > 10\text{ }\mu\text{s}$), the two models are in better agreement, especially for currents pulses with $I_{max} > 1.5I_c(77\text{ K})$, since in this case the current relaxes rapidly in the sample.

The error is better quantified by looking at figure 3.12, which shows the relative error induced by the UC model, together with the upper bound error defined in (3.18), i.e. $\max(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}) = |v_i^h/v^c|$, evaluated with the reference solutions from the magneto-thermal model. The results strongly support the fact that the upper bound proposed is very conservative, and that it provides a worst-case scenario to determine the minimum pulse duration required for the relaxation to die out before thrusting the measured value of ρ_{HTS}^{UC} . We note

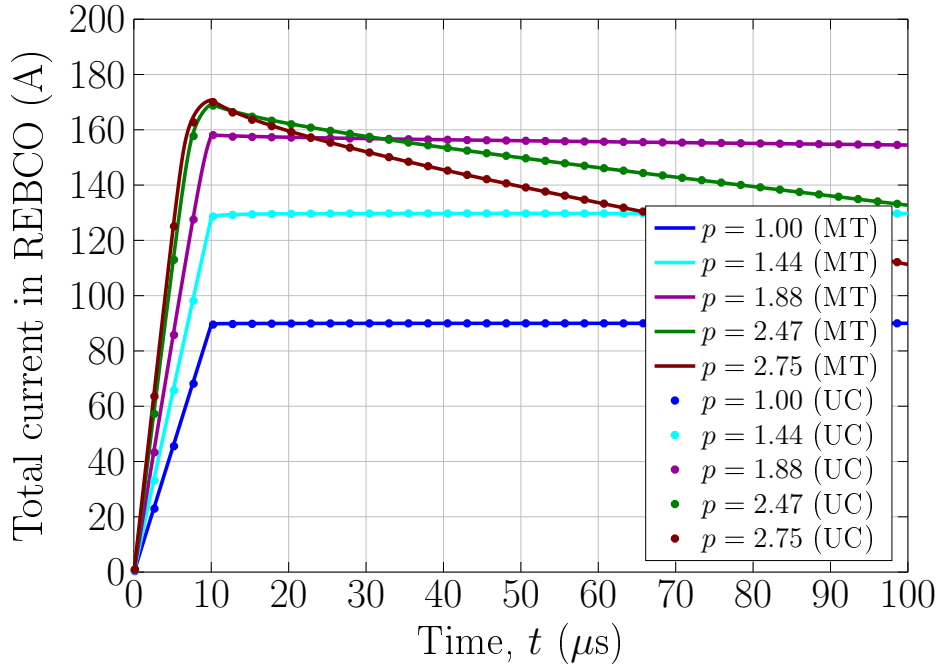


Figure 3.9 Total current in the superconductor obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model for current pulses with $t_r = 10\text{ }\mu\text{s}$, $t_p = 100\text{ }\mu\text{s}$ and different $p = I_{max}/I_c(77\text{ K})$.

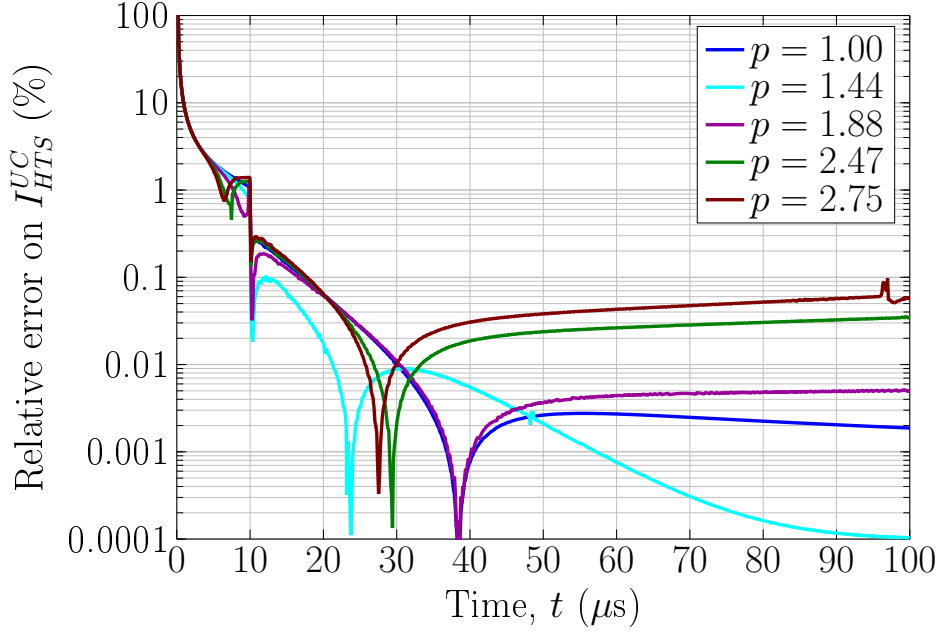


Figure 3.10 Absolute value of relative error on current in REBCO calculated with the UC model, for the same values of p as in figure 3.9.

that for very low values of $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$, say $p < 1.25$, the UC model never gets close to the correct resistivity value (relaxation time too long, at least much longer than the pulse duration). In this case, one could use longer pulses in order to obtain measurements with an acceptable level of error $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$.

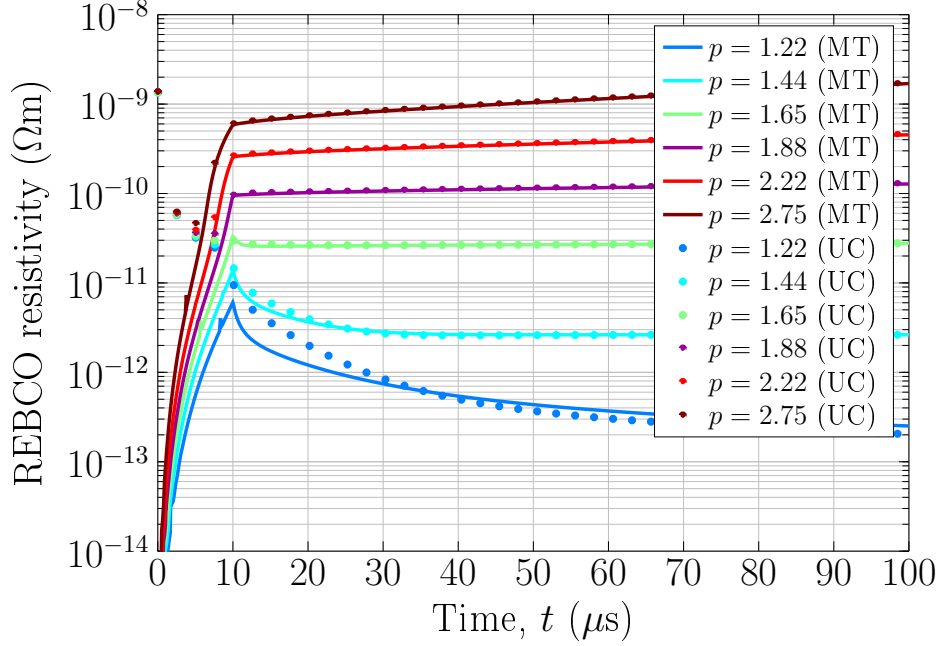


Figure 3.11 REBCO resistivity obtained with the magneto-thermal (MT) model and the uniform current (UC) model, for current pulses with $t_r = 10 \mu s$, $t_p = 100 \mu s$ and different $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$.

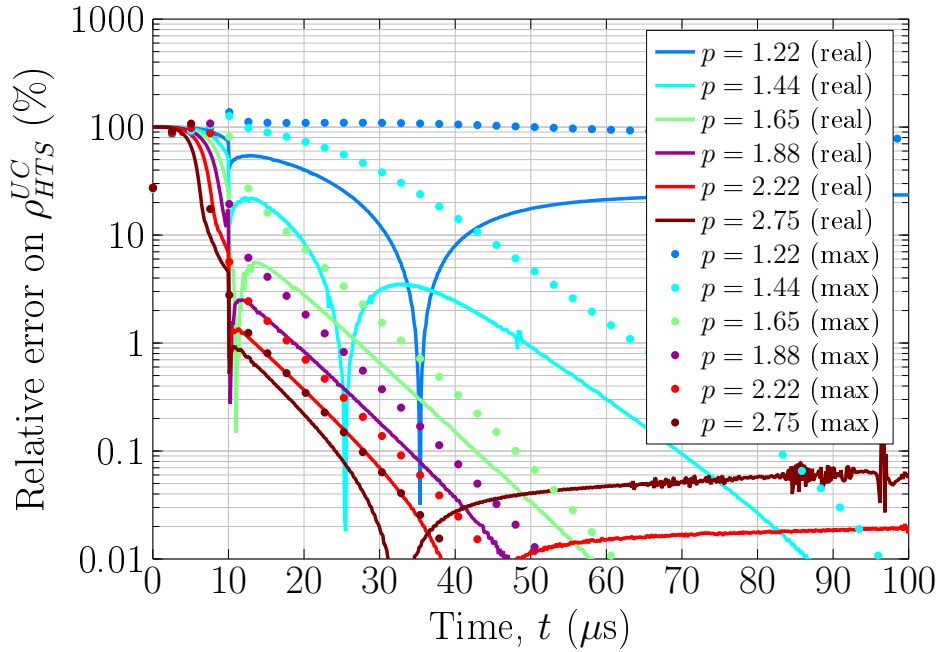


Figure 3.12 Solid lines: absolute value of $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ (real), for the same values of p as in figure 3.11. Symbols: upper bound of the relative error (max), calculated with (3.18).

3.4 Experimental results

3.4.1 Measurements on 2G HTS CCs in over-critical current conditions

The sample used for our experimental validation was a commercial 2G HTS CC obtained from SuperPower. Its geometry is that depicted in figure 3.2. At $T_0 = 77\text{ K}$ and in self-field conditions, we measured a critical current $I_c(77\text{ K}) = 91\text{ A}$ (electric field criterion $E_{cr} = 1\text{ }\mu\text{V/cm}$), and a n -value of 19 (fit of a power law model on the experimental V - I curve). These values were used in the simulations presented earlier (see table 3.1).

Current pulses with $t_r = 10\text{ }\mu\text{s}$ and I_{max} varying between 109 A and 251 A were injected in the sample. For all measurements, the sample was immersed in a 77 K liquid nitrogen bath, which fixed the initial sample temperature T_0 to 77 K. Selected measurements are presented in figures 3.13, 3.14 and 3.15, corresponding to low, medium and high over-current conditions, respectively. In each case, the measured current and voltages are shown in part (a) of the figure, and the current sharing and average HTS temperature calculated with the UC model are shown in part (b).

Figure 3.13a presents the voltages measured in the case of a 144 A pulse ($\approx 1.6I_c(77\text{ K})$), considered as a low over-current condition. At this current level, the temperature rise can be neglected (less than 50 mK), as can be seen in figure 3.13b. For this case, the shape of the voltage is mostly influenced by magnetic relaxation effects. The experimental results in figure 3.13a are qualitatively similar to those of figure 3.6 (finite element simulations): the peak in $v^s(t)$ is larger than the peak in $v^c(t)$, and $v_i^h \rightarrow 0$ as $(v^s - v^c) \rightarrow 0$, proving that v_i^h is a reliable indicator of the magnetic relaxation rate. The differences between the experimental results and the simulations come mostly from: i) the non-ideal ramping rate in the experiment (not perfectly constant at beginning and end of the ramp), ii) the different levels of current applied in the experiment (144 A) and in the simulation (150 A), and iii) the unverified physical representativeness of the empirical resistivity model used to generate figure 3.6. In this particular case, one could say that all data points in the interval $50\text{ }\mu\text{s} \leq t \leq 105\text{ }\mu\text{s}$, corresponding to $|v_i^h/v^c| < 5\%$, could be considered as reliable to populate the surface $\rho_{HTS}^{UC}(J(t), T(t)) = v^c(t)/J_{HTS}^{UC}(t)$, where $J_{HTS}^{UC} = I_{HTS}^{UC}/S_{HTS}$ and $T(t)$ are taken from figure 3.13b. This is illustrated at the end of this section.

Figure 3.14a presents the voltages measured in the case of a 251 A pulse ($\approx 2.75I_c(77\text{ K})$), considered as a medium over-current condition. In this case, the temperature rise cannot be neglected. One can see in figure 3.14b that $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$ increases by more than 4 K during the pulse. Note that the decrease in temperature at the end of the pulse is caused by heat diffusion towards the substrate, and not to any form of cooling of the tape, since the UC

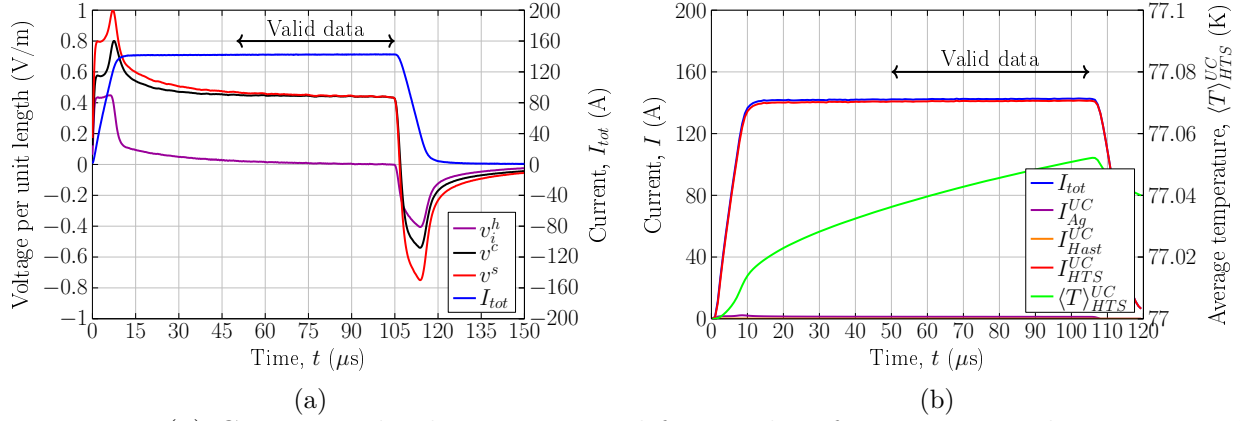


Figure 3.13 (a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 144 A$ ($\approx 1.6I_c(77 K)$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. Valid data range was determined using the condition $|v_i^h/v^c| < 5 \%$.

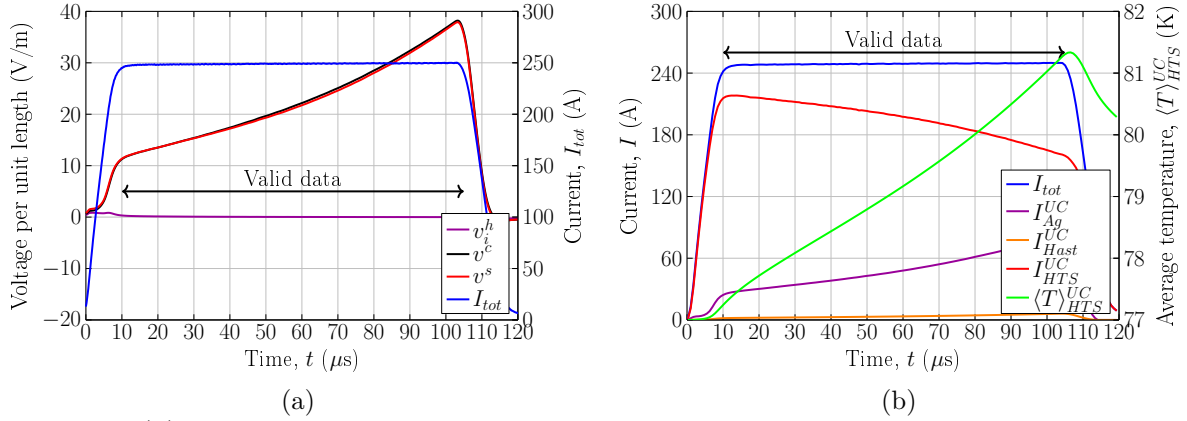


Figure 3.14 (a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 251 A$ ($\approx 2.75I_c(77 K)$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. Valid data range was determined using the condition $|v_i^h/v^c| < 5 \%$.

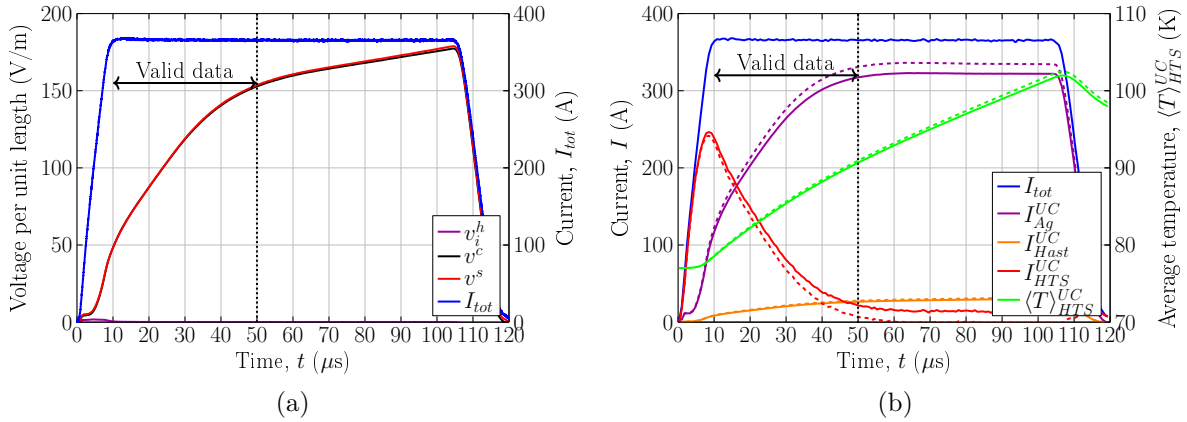


Figure 3.15 (a) Current and voltages measured for a pulse of $t_r = 10 \mu s$ and $I_{max} = 367 A$ ($\approx 4I_c(77 K)$); (b) Currents in each layer of the tape, and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$, calculated with the UC model. The dotted black line at $t = 50 \mu s$ corresponds approximately to $\langle T \rangle_{HTS}^{UC} = T_c$. The dashed lines corresponds to the UC model results obtained after increasing $v^c(t)$ by 5%. Valid data range was determined using $|v_i^h/v^c| < 2 \%$.

model considers adiabatic conditions. Going back to the measured voltages, we observe a parabolic curvature in the v^c and v^s voltages, which is correlated with the temperature rise. However, the difference between v^c and v^s in this case is very small (below the accuracy of the voltage measurements) as compared to the common mode (resistive) signal, which indicates that the magnetic relaxation time is negligible for the whole pulse duration (below 5 %). Therefore, in this case, one can use all data points in the interval $10 \mu s \leq t \leq 103 \mu s$ to populate the $\rho_{HTS}^{UC}(J(t), T(t))$ surface. One can still assess if there is any small magnetic relaxation effect in the sample by looking at v_i^h , which can be measured on a small scale voltage scale if needed. Finally, it is interesting to observe in figure 3.14b the current sharing between the HTS and silver layers. As the $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$ increases, ρ_{HTS}^{UC} also increases, so more and more current goes into the parallel silver layer, which has a lesser temperature dependence. A small fraction of current also flows into the hastelloy substrate.

Figure 3.15a presents the voltages measured in the case of a 367 A pulse ($\approx 4I_c(77 \text{ K})$), considered as a high over-current condition. The same comments as in previous section applies to v^c , v^s and v_i^h , except that we observe an abrupt change of slope near $t = 50 \mu s$. This can be explained by looking at the temperature rise in figure 3.15b: we see that $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$ reaches T_c ($\approx 90 \text{ K}$) near $t = 50 \mu s$. Therefore, the change of slope indicates the moment at which the REBCO layer quenches. After the quench, the current in the HTS layer should be nearly zero, but instead we observe a small residual current of $\approx 10 \text{ A}$ for $t > 50 \mu s$. This is not physical and can result from i) an experimental error on the voltage measurement, and/or ii) a bad knowledge of the silver resistance per unit length in the UC model, which is very likely since it is hard to know exactly the silver cross-section in a tape segment (silver is never completely uniform along the tape length). Note that the latter error has an impact on the heat capacity of the tape and on the heat generation in the UC model, which can in turn impact the calculated temperature rise and the resulting current sharing, etc. For instance, if we scale the measured $v^c(t)$ curve by a factor 1.05 (5% relative increase), we find the dashed lines shown in figure 3.15b. With this arbitrary correction, $I_{HTS}^{UC} \rightarrow 0$ after the quench, which is more physical and confirms that the results are quite sensitive to only a few percent of accuracy on any problem input. Hence, for this pulse, we could accept the data points in the interval $10 \mu s \leq t \leq 50 \mu s$ because, for these time values, the error caused by the UC model approximation is below 2 %.

In figure 3.16, all valid data points for ρ_{HTS}^{UC} taken on the time intervals identified in figures 3.13, 3.14 and 3.15 were plotted on a common graph in the (J, T) plane. The amount of data on this graph is not sufficient to define the complete $\rho_{HTS}^{UC}(J, T)$ surface of this REBCO superconductor sample, but it indicates clearly how we could eventually populate the entire surface if we managed to perform enough measurements at different initial temperatures and

current amplitudes. Interestingly (and quite surprisingly), increasing the pulse duration at high current is a good approach to populate rapidly a large portion of the (J, T) plane with a single pulse, thanks to the increase in temperature during the pulse (group of points 2 and 3 in figure 3.16). Without heating, a single pulse provides only a single point in the plane (point 1 in figure 3.16). Complete characterizations of HTS samples and sensitivity analyzes will be the object of further work. An example of such a characterization using the UC model can be found in [43].

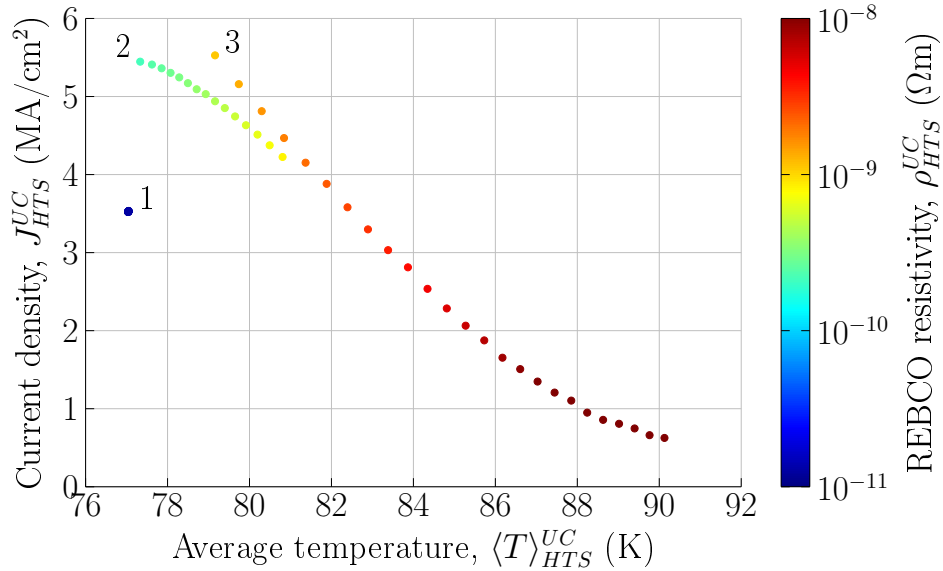


Figure 3.16 REBCO resistivity vs. J and T , obtained from the three cases presented in section 3.4.1. More specifically, data points identified as 1, 2 and 3 were determined from the curves presented in figures 3.13, 3.14 and 3.15, respectively (only the intervals identified as valid were used).

3.4.2 Relaxation time

As discussed earlier, the UC model provides valid post-processed resistivity data only after relaxation has completed. In figure 3.12, we plotted in dotted lines the upper bound of the error due to relaxation, defined in (3.18) as $\max(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}) = |v_i^h/v^c|$, using numerical simulations. We now do the same exercise with experimental values of v_i^h and v^c , obtained from a series of pulsed current measurements realized on the same sample as in previous section. All pulses began at $t = 0 \mu s$ and reached their maximum current at $t = 10 \mu s$, and they all had an initial temperature $T_0 = 77$ K.

The results are shown in figure 3.17. Similarly as with the simulated results, the maximum error on ρ_{HTS}^{UC} decreases as the current pulses get higher. The experimental values are not the same as the simulated ones though, since the real resistivity is likely to differ from the empirical resistivity model used for the simulations. As we get close to I_c ($p \rightarrow 1$), the maximum relative error caused by relaxation remains relatively high (more than 20%) and decreases very slowly over time. It is difficult to establish a rule though: the error will vary a lot depending on the specific sample being measured. The physical layout of the sample

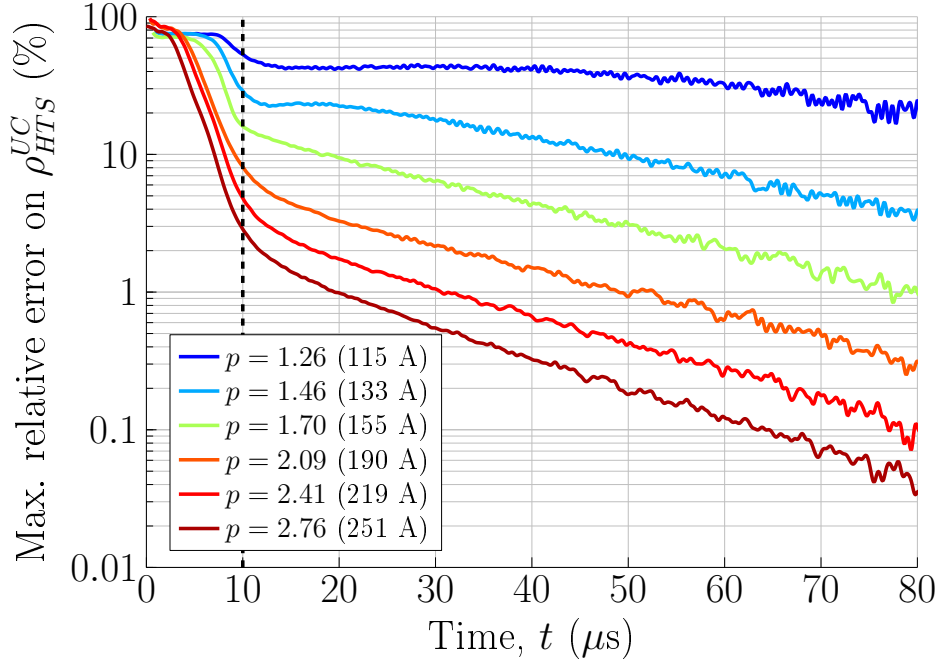


Figure 3.17 Maximum relative error on HTS measured resistivity ρ_{HTS}^{UC} , for a REBCO tape with $T_0 = 77$ K, for various pulses with $p = I_{max}/I_c(77 \text{ K})$. All pulses began at $t = 0 \mu s$ and reached their maximum constant current at $t = 10 \mu s$ (dashed black line). The error plotted could be biased by noise and uncertainty on voltage measurements.

holder will also have an impact on the error values. Finally, uncertainty and noise on the measured voltages can also slightly bias the estimated error bound.

From an experimental point of view, it is useful to determine the minimum pulse duration that produces a resistivity measurement below a given error threshold (once again, this error includes only the contribution of magnetic relaxation). This can easily be done from the data of figure 3.17, and the results are plotted in figure 3.18. A similar exercise was also done on a set of data taken on the same sample, but with $T_0 = 65$ K as initial temperature, leading to higher currents since $I_c(65 \text{ K}) > I_c(77 \text{ K})$. In both cases, the rise time $t_r = 10 \mu\text{s}$ was not counted in the pulse duration, as the UC model is not accurate in this region. Only the time t_p of the pulse plateau was counted. In practice, figure 3.18 can be built with a reduced set of measurements, which can then be used to properly plan a more complete set of pulsed current measurements.

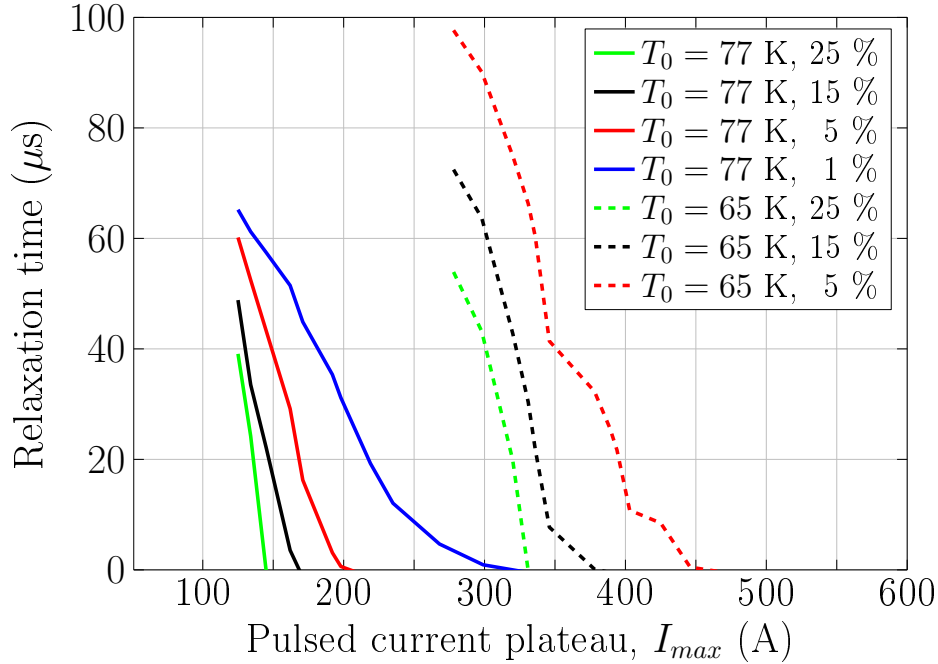


Figure 3.18 Minimum pulse plateau duration t_p^{min} vs. plateau current I_{max} required to keep the measured resistivity ρ_{HTS}^{UC} below a maximum error threshold. Data taken at two different initial temperatures are shown, i.e. $T_0 = 77$ K and $T_0 = 65$ K. Data for $T_0 = 77$ K were taken directly from figure 3.17.

3.5 Conclusion

In this paper, we showed that the pulsed current measurement technique can be applied to characterize the resistivity of the REBCO layer in coated conductors over a wide range of current density and electric field values, provided that we pay attention to two major points: i) magnetic relaxation and ii) heating effects. At low currents, i.e. near I_c or slightly above, heating is negligible, but the magnetic relaxation time can be long (from milliseconds to seconds). It is thus important to use a pulse duration that is longer than the relaxation time, which can be characterized from a few preliminary measurements. These measurements should ideally involve an inductive pick-up loop, in addition to the conventional pair of voltage taps. At high currents (much above I_c), the magnetic relaxation time is very fast (scale of microseconds), but the sample temperature rises rapidly and cannot be neglected. In this case, the current sharing between the various conducting layers of the coated conductor must be taken into account in order to extract correct $\rho(J, T)$ resistivity values.

In order to allow coherent post-processing of all the current and voltage measurements obtained with the pulsed current measurement technique, we proposed the Uniform Current model (UC model), which consists in a simple static current sharing model coupled with a 2D thermal solver. This model takes in input the coated conductor geometry, the materials properties (except that of REBCO, which is unknown), as well as the experimental voltage and current curves, and it returns in output the calculated average resistivity of the superconductor vs. the average current density and temperature over its cross-section, noted $\rho_{HTS}^{UC}(J_{HTS}^{UC}, \langle T \rangle_{HTS}^{UC})$. This is the closest approximation of the local resistivity one can get with such macroscopic V - I measurements. Note that the resistivity extracted with pulsed current measurements and the UC model does not assume any pre-defined E - J relationship: it returns only triplets of points, i.e. ρ_{HTS}^{UC} , J_{HTS}^{UC} and $\langle T \rangle_{HTS}^{UC}$. It is up to the user to find a mathematical relationship that reproduce these data if required.

We also derived an upper bound value for the relative error associated to magnetic relaxation on the measured resistivity. This error bound is simply written as $\max(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}) = |v_i^h/v^c|$, where v_i^h is the voltage induced in a loop located just above the sample surface, and v^c is the conventional resistive voltage drop along the center of the sample (see figure 3.5). Finite element simulations with a full magneto-thermal model were used to show that this error bound is very conservative, but since it is easy to apply experimentally, it seems a good guideline to follow.

Although this paper did not address in details the impact of various coated conductor architectures or pulsed current rising rates, all the conclusions remains valid. However, the

impact of an externally applied field on the error bound proposed and on the UC model accuracy should be investigated in future work. Another way of improvement would be to try reducing the 2D thermal solver to a simpler 1D version across the thickness of the tape. This would speed up considerably the data processing.

Acknowledgments

The authors gratefully thank Mr. Nicolò Riva and Dr. Bertrand Dutoit for fruitful discussions and for providing access to EPFL facilities for performing the measurements at 65 K presented in this paper.

Appendix

Assuming self-field conditions, constant current and homogeneous resistivity in the REBCO layer, the electric field E and the current density J have their minimum value in the center of the tape, and their maximum on its edges. These conditions can be written as

$$E^s \geq E(x) \geq E^c, \quad (3.19)$$

$$J^s \geq J(x) \geq J^c. \quad (3.20)$$

Since the resistivity $\rho(J) = E(J)/J$ of a superconductor increases with J , we have $\rho(x_s) \geq \rho(x) \geq \rho(x_c)$, which we can also write

$$\frac{E^s}{J^s} \geq \rho(x) \geq \frac{E^c}{J^c}. \quad (3.21)$$

From numerical simulations, and based on the experimental arrangement illustrated in figure 3.5, in which $S_i^h \gg S_i^c$, we could verified that once the current is constant, $v_i^h > v_i^c$ and that $v_i^s \ll E^s$. This allows us to write

$$v^c - v_i^h = E^c + v_i^c - v_i^h \leq E^c, \quad (3.22)$$

$$v^s = E^s + v_i^s \approx E^s. \quad (3.23)$$

Inserting (3.22) and (3.23) into (3.19), we obtain

$$v^s \geq E(x) \geq v^c - v_i^h, \quad (3.24)$$

which can be in turn inserted into (3.21) to obtain

$$\frac{v^s}{J^s} \geq \rho(x) \geq \frac{v^c - v_i^h}{J^c}. \quad (3.25)$$

Now, let us define $\langle J(x) \rangle$ as the average current density in the REBCO cross-section. From (3.20), we can easily deduce that $\langle J(x) \rangle \leq J^s$ and $\langle J(x) \rangle \geq J^c$. We can use this fact to replace J^s and J^c by $\langle J(x) \rangle$ in (3.25), which leads to

$$\frac{v^s}{\langle J(x) \rangle} \geq \rho(x) \geq \frac{v^c - v_i^h}{\langle J(x) \rangle}. \quad (3.26)$$

Subtracting $v^c/\langle J(x) \rangle$ in each member of (3.26), and dividing by $v^c/\langle J(x) \rangle$, we obtain

$$\frac{v^s - v^c}{v^c} \geq \frac{\rho(x) - \frac{v^c}{\langle J(x) \rangle}}{\frac{v^c}{\langle J(x) \rangle}} \geq \frac{-v_i^h}{v^c}. \quad (3.27)$$

We know from (3.12) that $v_i \geq v^s - v^c$. Harder to show is that we also have $v_i^h \geq v^s - v^c$. The mathematical proof requires to solve for the vector potential along the entire 3-D path of the loop, but one can easily see by simulation that it is always true. It was also verified experimentally. In addition, since the UC model provides a unique value J_{HTS}^{UC} for the current density in the REBCO layer, it makes sense to say that it is equivalent to the average current density $\langle J(x) \rangle$ defined above, so we assume that $J_{HTS}^{UC} = \langle J(x) \rangle$. We can thus rewrite (3.27) as

$$\frac{v_i^h}{v^c} \geq \frac{\rho(x) - \frac{v^c}{J_{HTS}^{UC}}}{\frac{v^c}{J_{HTS}^{UC}}} \geq \frac{-v_i^h}{v^c}. \quad (3.28)$$

Remembering that $\rho_{HTS}^{UC} = \frac{v^c}{J_{HTS}^{UC}}$, and acknowledging that the inequality remains valid if $\rho(x)$ is replaced by its average $\langle \rho(x) \rangle_{HTS}$, taken over the cross-section of the REBCO layer, we can rewrite (3.28) as

$$\frac{v_i^h}{v^c} \geq \frac{\langle \rho(x) \rangle_{HTS} - \rho_{HTS}^{UC}}{\rho_{HTS}^{UC}} \geq \frac{-v_i^h}{v^c}. \quad (3.29)$$

We recognize the middle term as a relative error on ρ_{HTS}^{UC} , which we denote as $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$. We can thus rewrite (3.29) in its final form as

$$\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} \leq \left| \frac{v_i^h}{v^c} \right|. \quad (3.30)$$

This completes the proof of equation (3.18) of this paper.

CHAPITRE 4 RÉSULTATS FINAUX ET DISCUSSION GÉNÉRALE

Ce chapitre comporte trois parties. La première est une discussion sur la relaxation magnétique en vue d’approfondir les résultats du chapitre précédent. La deuxième présente des résultats expérimentaux de la résistivité et leur validation. La troisième présente la méthodologie finale proposée, réalisant ainsi le troisième objectif de ce mémoire.

4.1 Relaxation magnétique

Bien que la relaxation magnétique ait été abordée au chapitre précédent, plusieurs points ont été omis. Dans cette section, le phénomène d’uniformisation par les pertes est d’abord présenté. Ensuite, une étude de l’impact du temps de montée du courant et de son optimisation est présentée. Finalement, les limites du critère d’erreur du modèle UC sont discutées et des améliorations sont proposées.

4.1.1 Uniformisation par les pertes

Les résultats du chapitre 3 montrent que le temps de relaxation diminue lorsque le courant total du pulse augmente, mais aucune explication à ce phénomène n’a été fournie. Nous appelons cet effet «uniformisation par les pertes». Cet effet est similaire à l’augmentation de la profondeur de pénétration de l’effet de peau classique, $\delta = \sqrt{\rho/\pi\mu f}$, avec la résistivité. Cependant, cette analogie est limitée, car cette équation est invalide dans le cas d’un pulse de courant dans un supraconducteur.

Une première explication de ce phénomène peut être fournie en utilisant (1.7). Pour simplifier, on ne traite que le cas 1D. Dans ce cas, cette équation s’écrit

$$\begin{aligned} \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} &= \frac{\partial^2 \rho J}{\partial x^2}, \\ \mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} &= \rho \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{\partial J}{\partial x} + J \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\mu_0 \frac{\partial J}{\partial t} = 2 \frac{\partial \rho}{\partial J} \left(\frac{\partial J}{\partial x} \right)^2 + \rho \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + J \left[\frac{\partial \rho}{\partial J} \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial J^2} \left(\frac{\partial J}{\partial x} \right)^2 \right], \quad (4.2)$$

où on a considéré que la température est uniforme pour simplifier le développement.

L’équation (4.2) montre que la variation temporelle de J est plus rapide si ρ , $\partial \rho / \partial J$ et/ou $\partial^2 \rho / \partial J^2$ augmentent. En effet, pour un même profil de densité de courant, (4.2) indique

que la densité de courant varie plus rapidement si le membre de droite de l'équation augmente. Or, celui-ci augmente lorsque la résistivité et/ou la dépendance de la résistivité avec la densité de courant augmentent. L'équation (4.2) explique donc la diminution du temps de relaxation lorsque le courant total augmente, car celui-ci entraîne une augmentation de la résistivité. Cependant, il est difficile de développer une intuition sur le comportement qualitatif de la relaxation magnétique à partir d'une explication aussi mathématique.

On peut également expliquer l'origine de l'uniformisation par les pertes comme étant une tendance de la densité de courant à adopter un profil minimisant les pertes. En effet, pour un courant constant dans le supraconducteur, $I_{HTS} = \iint_{S_{HTS}} J(x, y) dx dy$, la puissance dissipée P_ℓ dans celui-ci est

$$\begin{aligned} P_\ell &= \iint_{S_{HTS}} E(J(x, y), T(x, y)) J(x, y) dx dy \\ &= \iint_{S_{HTS}} \rho(J(x, y), T(x, y)) J(x, y)^2 dx dy, \end{aligned} \quad (4.3)$$

où la dépendance en t a été négligée afin d'alléger la notation. En observant l'équation (4.3), on remarque que, pour un même I_{HTS} , P_ℓ augmente lorsque J devient moins uniforme. De plus, la grande dépendance de la résistivité du REBCO avec J augmente généralement le coût énergétique à maintenir un profil de J non-uniforme.

Il est possible de fournir une preuve sommaire de cet effet en utilisant une loi de puissance ayant la même forme que (1.2) pour décrire la résistivité d'un supraconducteur. Supposons deux rubans supraconducteurs identiques et parallèles, le premier ayant un courant $I_1 = I_t + \alpha I_t$ et le second, un courant $I_2 = I_t - \alpha I_t$, où $2I_t$ est le courant total, qui est fixe, et α est une constante comprise entre 0 et 1 (le cas où α est compris entre -1 et 0 revient simplement à inverser les deux rubans). Une augmentation de α signifie une répartition du courant moins uniforme entre les deux rubans. On s'intéresse à l'effet d'une variation de α sur les pertes totales P_ℓ par unité de longueur. Pour simplifier, on considère le cas où les deux

supraconducteurs ont la même température. On a donc :

$$\begin{aligned}
 P_\ell &= I_1 E(I_1) + I_2 E(I_2) \\
 &= (I_t - \alpha I_t) E(I_t - \alpha I_t) + (I_t + \alpha I_t) E(I_t + \alpha I_t) \\
 &= E_{cr} \frac{(I_t - \alpha I_t)^{n+1}}{(I_c)^n} + E_{cr} \frac{(I_t + \alpha I_t)^{n+1}}{(I_c)^n} \\
 &= E_{cr} \frac{I_t^{n+1}}{I_c^n} \left[(1 - \alpha)^{n+1} + (1 + \alpha)^{n+1} \right], \tag{4.4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{dP_\ell}{d\alpha} &= E_{cr} \frac{I_t^{n+1}}{I_c^n} \left[-(n+1)(1 - \alpha)^n + (n+1)(1 + \alpha)^n \right] \\
 &= E_{cr} \frac{I_t^{n+1}}{I_c^n} (n+1) \left[(1 + \alpha)^n - (1 - \alpha)^n \right], \tag{4.5}
 \end{aligned}$$

$$\frac{dP_\ell}{d\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 0. \tag{4.6}$$

L'équation (4.6) est vraie uniquement si n est différent de 0 et de -1, mais ces deux cas ne sont pas physiques. En effet, $n \leq 0$ correspond au cas où le champ électrique est décroissant avec le courant (ou indépendant du courant pour $n = 0$). Il est trivial de vérifier que la dérivée seconde de P_ℓ en fonction de α est positive, et donc que (4.6) est bel et bien un minimum.

L'équation (4.6) prouve que les pertes sont minimales lorsque $\alpha = 0$, c'est à-dire lorsque le courant est identique dans les deux supraconducteurs. Ce résultat s'étend au cas d'un profil arbitraire de densité de courant, car cette situation peut toujours être représentée par un grand nombre de rubans supraconducteurs parallèles ayant des densités de courant uniformes. On peut aussi montrer que la dépendance relative de P_ℓ en α augmente avec n . Celle-ci est définie par

$$\frac{P_\ell(\alpha)}{P_\ell(\alpha = 0)} - 1 = \frac{(1 + \alpha)^{n+1} + (1 - \alpha)^{n+1}}{2} - 1 \tag{4.7}$$

$$\approx \frac{n(n+1)}{2} \alpha^2, \tag{4.8}$$

où (4.8) a été obtenue en prenant l'expansion de Taylor d'ordre 3 de (4.7) en fonction de α . La normalisation par $P_\ell(\alpha = 0)$ permet simplement d'éliminer la dépendance en I_t^{n+1}/I_c^n . L'équation (4.8) indique que les pertes relatives augmentent au carré de α et qu'elles ont une dépendance en $n(n+1)$, ce qui se rapproche de n^2 lorsque n est grand.

Afin de confirmer cette analyse, la figure 4.1 montre quelques exemples de variations relatives des pertes avec α pour différentes valeurs d'exposants n calculés à partir de (4.7). À

titre d'exemple, pour $\alpha = 0,05$, l'augmentation relative des pertes est de 56,3 % pour $n = 20$ et elle est de 0,25 % pour $n = 1$. Pour $\alpha = 0,10$, elle est de 275 % pour $n = 20$ et de 1,0 % pour $n = 1$. La grande dépendance en densité de courant de la résistivité d'un supraconducteur augmente donc bel et bien le coût énergétique requis pour maintenir un profil de densité de courant non-uniforme.

En réalité, nous ne sommes pas intéressés par les pertes P_ℓ , mais pas les pertes supplémentaires ΔQ liées à la non-uniformité de J et de E . Si on considère que la température est uniforme, celles-ci peuvent s'écrire

$$\Delta Q = \iint_{S_{HTS}} [E(J(x,y))J(x,y) - E(\langle J \rangle)\langle J \rangle] dx dy, \quad (4.9)$$

où le premier terme correspond à P_ℓ et le second terme correspond au cas où J et E sont uniformes, ce qui représente la plus faible valeur possible de P_ℓ pour un courant donné.

Le principe du modèle d'uniformisation par les pertes est que la densité de courant adopte le profil qui minimise ΔQ . En utilisant une loi de puissance, nous avons montré que P_ℓ , et donc ΔQ , augmente lorsque J est moins uniforme et lorsque la dépendance de la résistivité avec J augmente. J tend donc à s'uniformiser afin de minimiser les pertes. Il

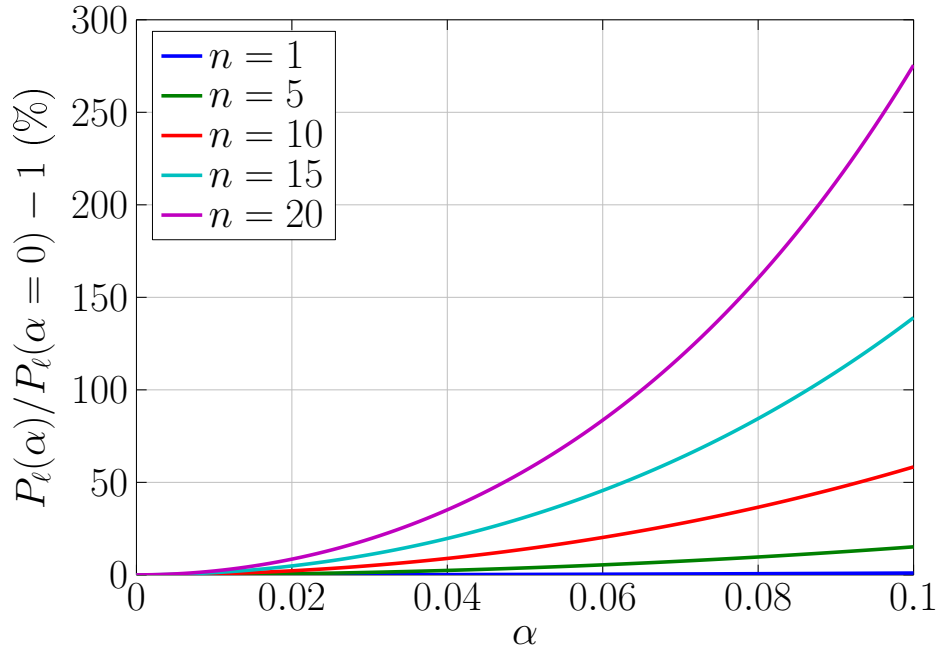


Figure 4.1 Courbes de la variation relative des pertes totales $P_\ell(\alpha)/P_\ell(\alpha = 0) - 1$ en fonction de α pour différentes valeurs de n . Le cas $n = 1$ correspond à un conducteur ohmique, c'est-à-dire que la résistivité est indépendante du courant.

est important de mentionner que les résultats de la figure 4.1 indiquent que ΔQ augmente lorsque I_{HTS} augmente. En effet, il ne faut pas oublier que les résultats de cette figure sont normalisés par $P_\ell(\alpha = 0)$. On conclut donc que la non-uniformité de J augmente les pertes totales et que cette augmentation est plus importante à fort courant et lorsque la résistivité dépend fortement de J .

Malheureusement, le modèle d'uniformisation par les pertes ne permet pas de relier de façon quantitative la temps de relaxation à ΔQ . Tout ce que l'on peut affirmer en utilisant ce modèle, c'est que le coût énergétique supplémentaire à maintenir un profil de densité de courant non-uniforme augmente avec le courant total. Néanmoins, on peut supposer que J et E s'uniformisent plus vite et/ou adoptent un profil plus uniforme durant la montée du courant lorsque le courant total augmente afin de minimiser l'énergie dissipée. Cette supposition revient à supposer que le système relaxe plus rapidement lorsque la différence d'énergie entre son état actuel et son état fondamental augmente, ce qui se traduit par une augmentation de ΔQ . Cette explication n'est valide que pour des valeurs de courant plus faible que I_d . En effet, lorsque le courant est près ou supérieur à I_d , il est parfois plus rentable en énergie d'avoir un profil de J non-uniforme menant à une cohabitation de zones normales et de zones supraconductrices [35]. Malgré les limitations de l'explication de l'uniformisation par les pertes en terme de minimisation de l'énergie, celle-ci fournit une justification qualitative de la diminution du temps de relaxation mesuré avec l'augmentation du courant. Le modèle d'uniformisation par les pertes permet aussi de décrire plusieurs cas limites.

D'abord, dans le cas où I_{HTS} est faible (inférieur à I_c), il est possible que le champ électrique soit nul sur toute la section du supraconducteur. Dans ce cas, ΔQ peut être nul même si J n'est pas uniforme, ce qui revient au modèle de l'état critique [44]. Bobyl, Shantsev, Galperin et al. ont ainsi mesuré des profils de J non-uniformes pendant plus de 5 secondes [45]. Les mêmes auteurs ont observé que le temps de relaxation diminue lorsque le courant augmente [45], mais n'ont pas expliqué cet effet.

Ensuite, certains auteurs [27] [46] ont mesuré le courant à partir duquel le profil de J est uniforme (une fois l'équilibre atteint). Ce courant est inférieur à I_c . Selon le modèle d'uniformisation par les pertes, ce courant correspond simplement au courant auquel les pertes apparaissent.

Il est important de noter qu'en réalité, c'est le champ électrique qui tend à s'uniformiser et non la densité de courant. Cette distinction est importante si la température n'est pas uniforme. En effet, même si E est uniforme sur la section du REBCO, il est possible que la température ne le soit pas si la chaleur diffuse en direction ou en provenance de l'argent sur les côtés du ruban. Cependant, si le champ électrique est uniforme, le profil de la dissipation

d'énergie tend à uniformiser T .

Pour expliquer cet effet, il suffit d'observer le comportement de (4.3). Si E est uniforme, alors J est plus élevé aux endroits où T est plus faible. Concrètement, ceci se traduit par une augmentation de l'énergie dissipée dans les zones où la température est inférieure à la moyenne. Comme la résistivité du REBCO varie fortement avec la température, J est beaucoup plus élevé dans les zones où la température est plus faible afin de maintenir un champ électrique constant, ce qui y augmente considérablement l'énergie dissipée $EJ = E^2/\rho(J, T)$. Le profil de l'échauffement tend donc à uniformiser la température dans le REBCO, et ce même en présence d'argent sur les côtés du ruban.

Finalement, on conclut qu'en présence de pertes, J tend à s'uniformiser afin de réduire les dites pertes. Cette minimisation des pertes explique pourquoi, dans toutes les mesures et toutes les simulations présentées dans ce mémoire, l'erreur du modèle UC est toujours inférieure à 15 % ($v_i^h/v^c \leq 15$ %) lorsque l'augmentation de température durant le pulse dépasse 100 mK. De plus, nous avons vu que la génération de chaleur est plus intense dans les zones où la température du REBCO est plus faible, ce qui constitue donc un autre exemple de phénomène d'uniformisation par les pertes.

4.1.2 Effets et optimisation du temps de montée en courant

Il est important de déterminer le temps de montée en courant optimal, car celui-ci a un impact sur la relaxation magnétique et, par le fait même, sur l'erreur du modèle UC. En effet, une montée rapide permet de diminuer la durée du pulse, mais augmente l'effet de peau. Il faut donc trouver un temps t_r offrant un bon compromis entre ces deux effets. Il est judicieux de commencer par analyser ces deux phénomènes séparément.

D'abord, diminuer t_r augmente l'effet de peau, ce qui augmente le temps nécessaire pour que la densité de courant devienne uniforme une fois le plateau de courant atteint. En effet, une augmentation de l'effet de peau signifie un profil de densité de courant moins uniforme durant la montée, et donc une relaxation plus longue. De plus, la dépendance en courant de la résistivité des supraconducteurs fait en sorte que moins le courant est uniforme, plus les pertes totales sont grandes pour un même courant. Selon l'équation (4.8), l'importance de cet effet augmente approximativement en n^2 . Une augmentation de l'effet de peau due à une diminution de t_r mène donc à une augmentation de la puissance moyenne P_{moy} dissipée durant la montée en courant. On définit celle-ci par

$$P_{moy} = \frac{1}{t_r} \int_0^{t_r} \left[\iint_{S_{HTS}} E(x, y) J(x, y) dx dy \right] dt. \quad (4.10)$$

Le deuxième effet à considérer pour optimiser le temps de montée en courant est l'effet de la réduction de celui-ci sur la durée de l'échauffement. En effet, diminuer t_r augmente la puissance moyenne P_{moy} dissipée pendant la montée (en watt par mètre), mais réduit le temps de celle-ci, ce qui peut mener à une réduction de l'énergie totale Q_{tot} dissipée durant la montée (en joule par mètre). On définit Q_{tot} par

$$\begin{aligned} Q_{tot} &= \int_0^{t_r} \left[\iint_{S_{HTS}} E(x, y) J(x, y) dx dy \right] dt \\ &= t_r P_{moy}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Pour étudier l'effet d'une variation de t_r sur P_{moy} et Q_{tot} , il est nécessaire d'utiliser des simulations du modèle électrodynamique, car l'effet de peau ne peut pas être négligé comme c'est le cas lors de l'application du modèle UC aux mesures expérimentales. De plus, un traitement analytique serait trop complexe pour les besoins de cette analyse. La figure 4.2 compare les valeurs de P_{moy} et Q_{tot} simulées pour différents t_r et I_{max} . La loi de puissance utilisée est la même qu'au chapitre 3. Comme prédit, on remarque que Q_{tot} diminue lorsque le temps de montée diminue même si P_{moy} augmente. Cet effet est similaire à la réduction des pertes totales par cycle en régime AC avec la fréquence malgré une augmentation de la puissance moyenne dissipée pendant le cycle [47].

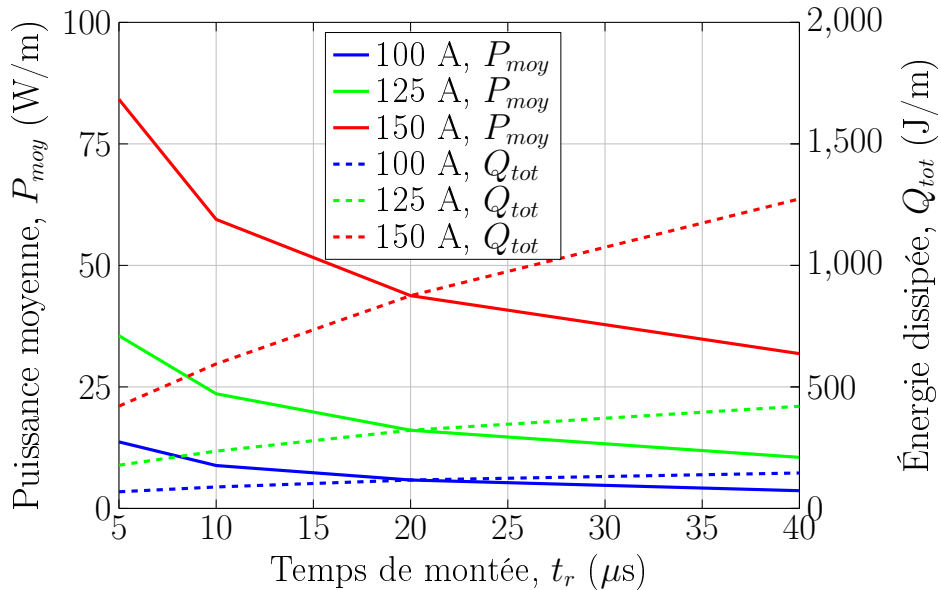


Figure 4.2 Valeurs de P_{moy} et de Q_{tot} simulées en fonction de t_r pour un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour différents courants. Les quatre temps de montée simulés sont 5, 10, 20 et 40 μs .

Maintenant que nous avons déterminé que réduire t_r permet de réduire l'énergie totale dissipée pendant la montée, il est nécessaire d'étudier l'impact de t_r sur le temps de relaxation. Pour ce faire, quatre pulses de 250 A à 77 K, avec un t_r de 5, 10, 20 et 40 μs respectivement, ont été simulés pour un ruban SP. Les valeurs de $|\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r)|$ et de $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$ obtenues sont tracées à la figure 4.3, c'est-à-dire que $t - t_r = 0 \mu\text{s}$ correspond au début du plateau de courant. Tel que prédit, l'erreur du modèle UC est plus faible pour des temps de montée plus longs. Dans le même ordre d'idée, la température moyenne du supraconducteur, $T_{HTS}(t - t_r)$, a été tracée à la figure 4.4 pour les quatre mêmes simulations qu'à la figure 4.3. Ces résultats confirment que la température au début du plateau, c'est-à-dire à $t - t_r = 0 \mu\text{s}$, diminue avec t_r . Les mêmes simulations ont été faites pour des courants de 125, 150, 200 et 300 A et pour des t_r de 5 μs , 10 μs , 20 μs et 40 μs , mais les conclusions sont les mêmes qu'aux figures 4.3 et 4.4.

Une attention particulière doit cependant être portée au cas où le courant est près du courant critique. Pour étudier cette situation, quatre pulses de 100 A ont été simulés à 77 K avec un t_r de 5, 10, 20 et 40 μs pour un ruban SP avec le même modèle électrodynamique que précédemment. Les valeurs de $|\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r)|$ et de $T_{HTS}(t - t_r)$ obtenues sont tracées aux figures 4.5 et 4.6 respectivement. À la figure 4.5, on remarque une grande différence

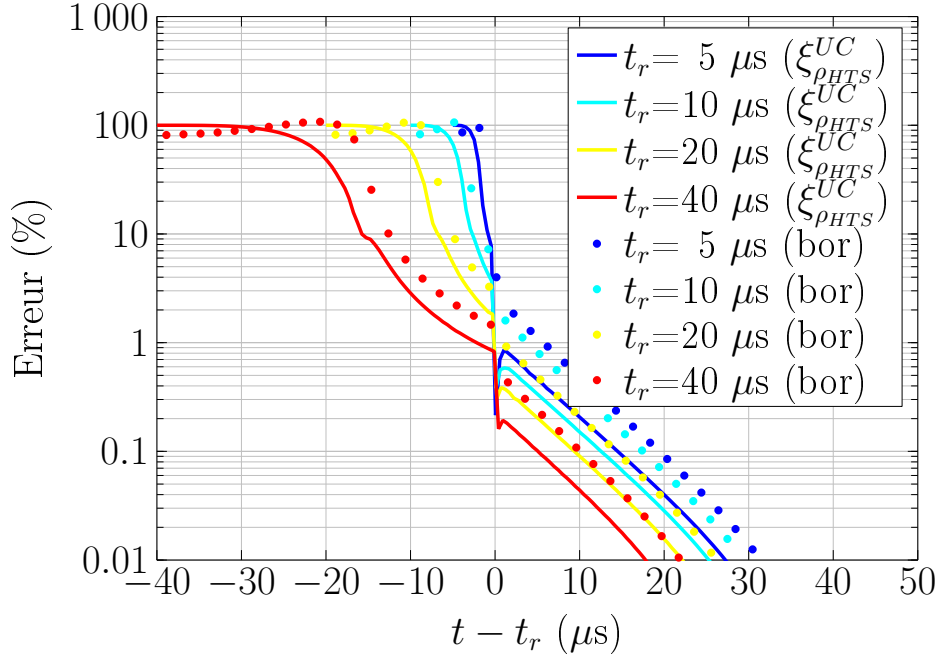


Figure 4.3 Valeurs de $|\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r)|$, $(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC})$, et de la borne sur l'erreur $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$, (bor), obtenues pour une simulation d'un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour un courant total de 250 A à 77 K et pour différents temps de montée en courant.

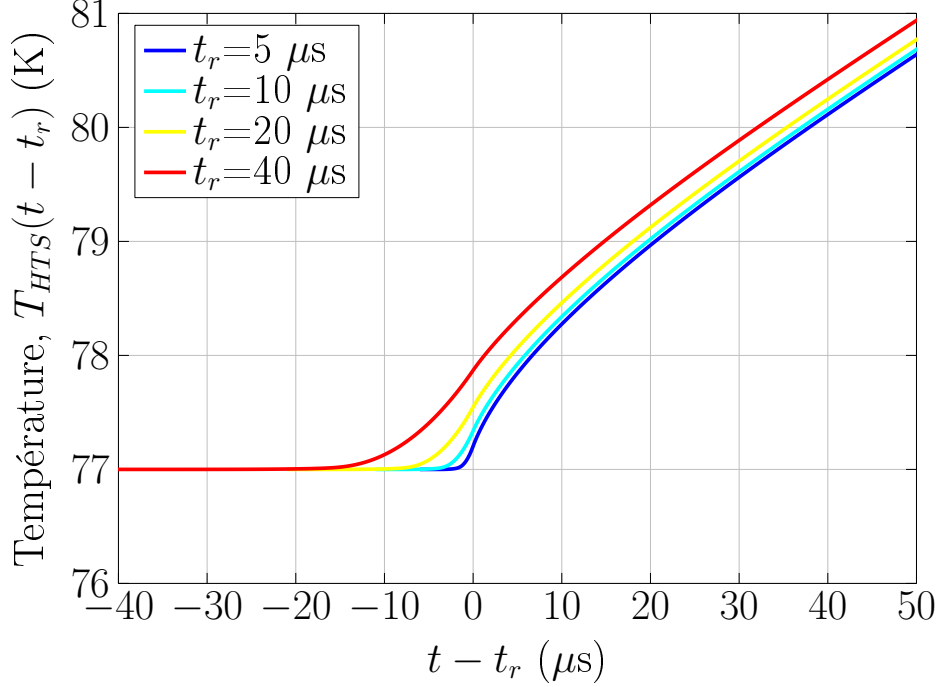


Figure 4.4 Températures moyennes du REBCO, T_{HTS} , correspondantes aux simulations de la figure 4.3.

entre le critère d'erreur accessible expérimentalement, $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$, et l'erreur réelle, $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$. L'analyse des limites du critère d'erreur est présentée à la section 4.1.3. À la figure 4.6, on remarque que $T_{HTS}(t - t_r)$ est maximal près de 0 μs et qu'il diminue par la suite. Ce phénomène est causé par les pertes supplémentaires dues à l'effet de peau qui surpassent les pertes pendant le plateau. À la même figure, on observe que la température maximale atteinte à la fin de la montée augmente lorsque t_r diminue, ce qui semble être en contradiction avec la diminution de Q_{tot} avec t_r observée à la figure 4.2. En réalité, il demeure vrai que Q_{tot} diminue avec t_r , mais dans le cas particulier où le courant est près du courant critique, la diffusion de la chaleur par conduction vers l'hastelloy compense l'augmentation de Q_{tot} . Dans tout les cas, il est très peu probable que le pic de température durant la montée de courant soit suffisant pour causer une instabilité thermique menant au *quench*. En effet, ce pic est inférieur à 2 mK, il faudrait donc que la température soit très près de T_c pour déclencher une instabilité thermique. Dans tous les cas, la figure 4.5 indique que le temps de relaxation pour des courants aussi proches de I_c est trop long pour utiliser des pulses de courant rapides.

Les simulations précédentes montrent que le temps de montée optimal du courant dépend du courant et de l'objectif de la mesure. Lorsque le courant est près ou sous I_c , et que l'échauffement est négligeable, le temps de relaxation est grand et l'utilisation de la source

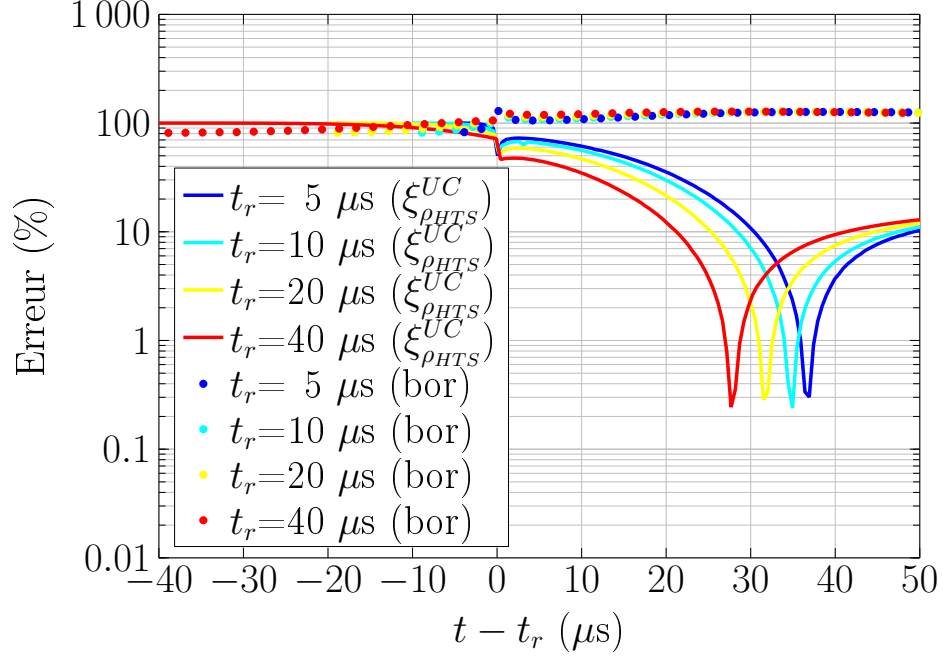


Figure 4.5 Valeurs de $|\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r)|$, $(\xi_{\rho_{HTS}}^{UC})$, et de la borne sur l'erreur $v_i^h(t - t_r)/v^c(t - t_r)$, (bor), obtenues pour une simulation d'un ruban SP avec le modèle électrodynamique pour un courant total de 100 A à 77 K et pour différents temps de montée en courant.

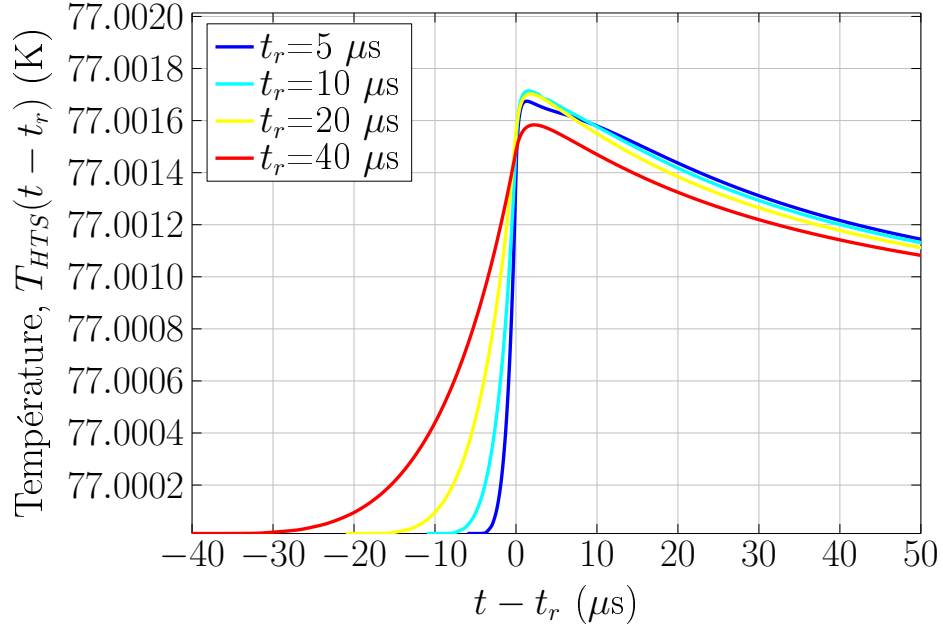


Figure 4.6 Température moyenne du REBCO, T_{HTS} , correspondantes aux simulations de la figure 4.5.

rapide n'est pas justifiée. Il n'y a pas d'effet néfaste à diminuer t_r dans ce régime, car la figure 4.6 montre que l'augmentation de température due à l'effet de peau est inférieure à 2 mK. En présence d'échauffement, la situation se complique. Les résultats des figures 4.3 et 4.4 montrent que diminuer t_r diminue la température de l'échantillon durant le plateau malgré l'augmentation de l'effet de peau, mais l'erreur du modèle UC s'en trouve augmentée. En comparant ces deux figures, on observe que pour une augmentation de température égale, l'erreur est plus faible lorsque la montée en courant est plus lente. Comparons par exemple la simulation de 250 A avec $t_r = 5 \mu\text{s}$ à $(t - t_r) = 6,73 \mu\text{s}$ avec celle de 250 A avec $t_r = 40 \mu\text{s}$ à $(t - t_r) = 1,32 \mu\text{s}$, c'est-à-dire que $T_{HTS}(t - t_r) = 78 \text{ K}$ pour les deux simulations. On obtient alors que $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} = 0,86 \%$ pour $t_r = 5 \mu\text{s}$ et $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} = 0,45 \%$ pour $t_r = 40 \mu\text{s}$. Diminuer le temps de montée augmente donc l'erreur causée par l'effet de peau pour une même température. Cependant, ces valeurs de $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ sont négligeables par rapport aux autres sources d'incertitude. En fait, l'erreur du modèle UC est inférieure à 1 % lorsque l'échauffement dépasse 50 mK, et ce, pour tous les courants et temps de montée simulés dans cette section. Ce comportement est cohérent avec le modèle d'uniformisation par les pertes. On conclut donc qu'en présence d'échauffement, il est préférable de diminuer le temps de montée en courant, car l'augmentation de l'erreur du modèle UC est négligeable et la température au début du plateau est réduite. Rappelons que les mesures durant la montée en courant ne peuvent pas être utilisées pour le calcul de la résistivité, donc un faible t_r permet d'accéder à des courants plus élevés pour une température plus faible qu'avec un long t_r .

Afin de confirmer que ces conclusions sont aussi valides pour les mesures expérimentales, la figure 4.7 présente la borne supérieure de $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}(t - t_r)$ mesurée à 77 K avec une boucle inductive sur l'échantillon SP03R pour un t_r de 3 μs et de 32 μs . Les oscillations à fort courant pour le t_r de 3 μs sont causées par un problème de calibration de la source rapide à l'EPFL. Ces mesures ayant été faites à Lausanne en Suisse, les contraintes de temps ne permettaient pas de recommencer la campagne de mesure. On observe que les mesures expérimentales de la figure 4.7 ont le même comportement que les simulations de la figure 4.3.

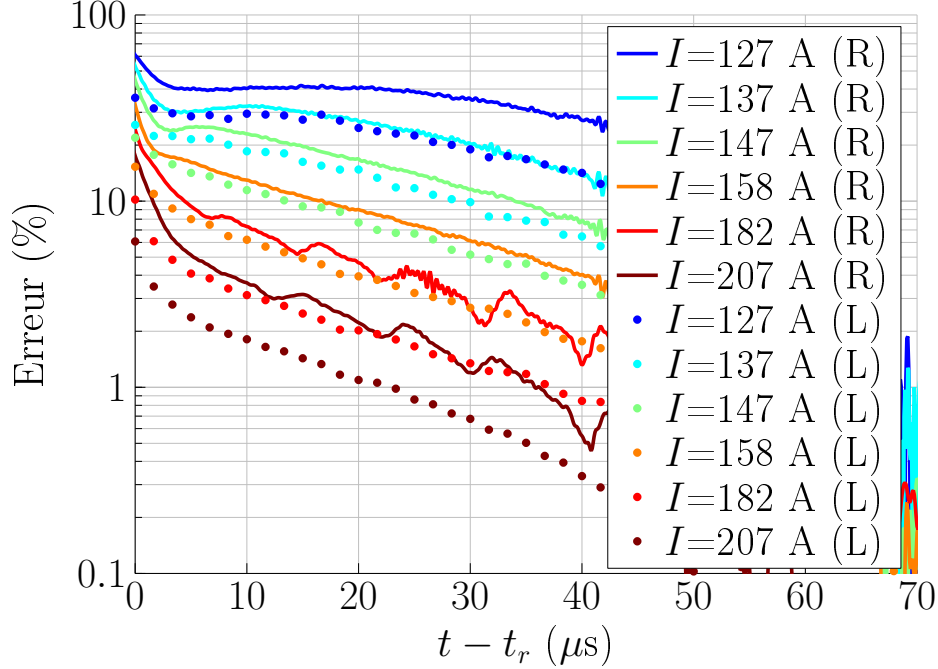


Figure 4.7 Mesures de v_i^h/v^c à 77 K pour l'échantillon SP03R sur une longueur de 3,4 cm pour une montée en courant rapide, $t_r=3 \mu s$ (R), et une montée lente, $t_r=32 \mu s$ (L).

4.1.3 Limites et optimisation du critère d'erreur

La borne sur l'erreur du modèle UC, calculée avec (3.18), a permis d'évaluer le temps de relaxation magnétique. Cette étape était nécessaire pour valider l'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes. Cependant, cette borne a plusieurs limites et l'estimation expérimentale de l'erreur du modèle UC peut être améliorée.

D'abord, l'équation (3.18) est valide uniquement si le courant et la température du REBCO calculés avec le modèle UC concordent avec leurs valeurs réelles. Les simulations du chapitre 3 montrent que cette condition est toujours respectée pour la température, mais le courant calculé avec le modèle UC n'est valide que durant le plateau dû, entre autres, au voltage inductif parasite. On ne peut donc pas se fier à la borne d'erreur calculée durant la montée du courant.

Ensuite, l'équation (3.18) donne une borne supérieure de l'erreur, mais les simulations du modèle électrodynamique indiquent une différence atteignant un ordre de grandeur entre la borne et la vraie valeur de l'erreur. Ceci vient du fait que la boucle inductive rectangulaire fournit de l'information sur le champ électrique au bord et au centre de l'échantillon, mais aucune information sur le profil complet du champ électrique.

Ceci nous amène à la dernière limitation majeure de (3.18), c'est-à-dire que cette équation n'est pas valide en présence d'un champ magnétique externe. Bien que (3.8) demeure valide si le champ externe est statique (dans le cas contraire, sa contribution sur la tension induite peut facilement être calculée et soustraite à la mesure), il est nécessaire d'assumer que le champ électrique est minimum au centre de l'échantillon et maximum au bord pour arriver à (3.18), ce qui n'est pas forcément le cas en présence d'un champ magnétique externe [45].

Pour remédier à cette situation, il faut modifier la géométrie de la boucle inductive de façon à recueillir de l'information sur le profil du champ électrique sur toute la largeur de l'échantillon. En prenant un grand nombre de boucles rectangulaires, en alignant un de leurs côtés sur x_0 et en utilisant (3.8), on peut cartographier le champ électrique. C'est-à-dire qu'on peut mesurer $E_z(x_0) - E_z(x_1)$, $E_z(x_0) - E_z(x_2)$, et ainsi de suite, où $x_0 - x_i$ est la largeur de la boucle i . Évidemment, mettre des dizaines de boucles inductives rectangulaires de largeurs différentes sur l'échantillon n'est pas une solution acceptable en pratique. Cependant, ce raisonnement nous oriente vers l'étude de la tension induite dans une boucle triangulaire, car celle-ci correspond à une suite de boucles rectangulaires de différentes largeurs et de longueurs infinitésimales. La géométrie d'une boucle triangle est représentée à la figure 4.8.

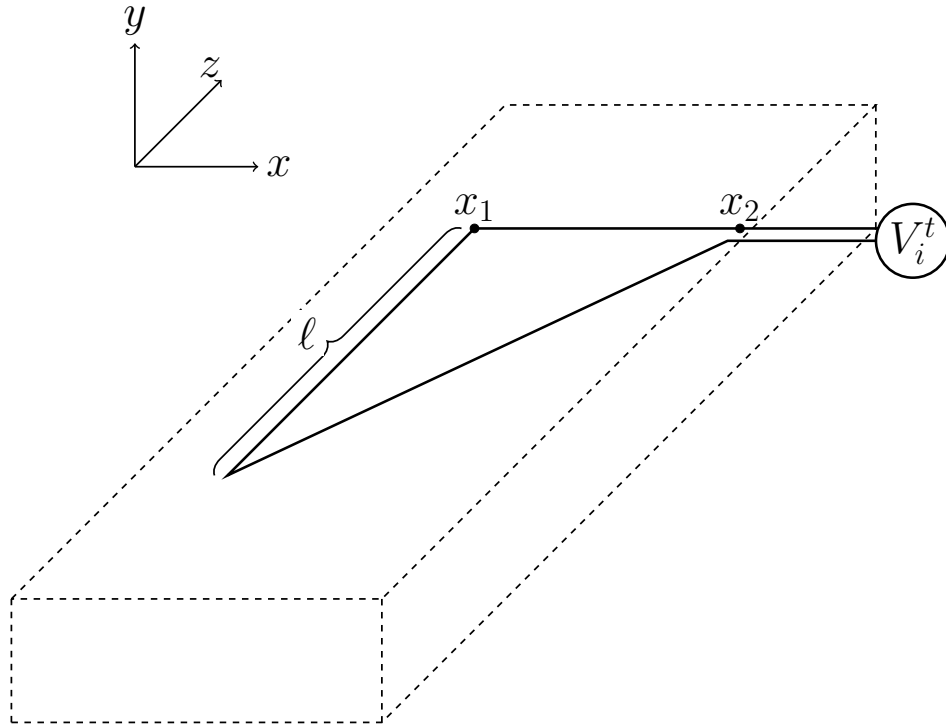


Figure 4.8 Géométrie d'une boucle inductive triangulaire.

On calcule la tension induite V_i^t dans la boucle triangulaire de la figure 4.8 en utilisant la même démarche que pour (3.8). La largeur de la boucle étant donnée par $z(x_2 - x_1)/\ell$, on obtient

$$V_i^t = \int_0^\ell \int_{x_1}^{z(x_2 - x_1)/\ell + x_1} \mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} dx dz \quad (4.12)$$

$$= \int_0^\ell \int_{x_1}^{z(x_2 - x_1)/\ell + x_1} \frac{\partial E_z(x, y)}{\partial x} dx dz$$

$$= \int_0^\ell [E_z(z(x_2 - x_1)/\ell + x_1, y) - E_z(x_1, y)] dz \quad (4.13)$$

$$= \frac{\ell}{x_1 - x_2} \int_{x_1}^{x_2} E_z(r, y) dr - \ell E_z(x_1, y). \quad (4.14)$$

On a fait le changement de variable $r = z(x_1 - x_2)/\ell + x_1$ pour passer de l'équation (4.13) à (4.14). Dans le cas où la boucle inductive est collée sur la surface de l'échantillon ($y = 0$), que x_1 est au rebord de l'échantillon et que x_2 est au rebord opposé, (4.14) mène à

$$v_i^t = \langle E_z \rangle - E^s, \quad (4.15)$$

où on a utilisé que $v_i^t = V_i^t/\ell$. L'équation (4.15) montre que la tension induite dans une boucle triangulaire donne bel et bien de l'information sur l'ensemble du profil du champ électrique, car la moyenne est faite sur toute la largeur de l'échantillon. Cette équation est valide même en présence d'un champ magnétique externe statique. Si le champ magnétique externe varie dans le temps, on peut simplement calculer son effet sur la tension induite dans la boucle et la soustraire à la tension induite totale dans la boucle triangulaire.

Il est possible d'utiliser la tension induite dans une boucle triangulaire pour évaluer $\xi_{\rho HTS}^{UC}$. Pour ce faire, on part simplement de (4.15). On a

$$\begin{aligned} \langle E_z \rangle - E^s &= v_i^t, \\ \frac{\langle E_z \rangle}{\langle J \rangle} - \frac{E^s}{\langle J \rangle} &= \frac{v_i^t}{\langle J \rangle}, \\ \frac{\frac{\langle E_z \rangle}{\langle J \rangle} - \frac{E^s}{\langle J \rangle}}{\frac{E^s}{\langle J \rangle}} &= \frac{v_i^t}{E^s}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Plusieurs approximations sont nécessaires pour relier (4.16) à $\xi_{\rho HTS}^{UC}$. D'abord, on considère que $\langle \rho_{HTS} \rangle = \langle E_z/J \rangle \approx \langle E_z \rangle / \langle J \rangle$. La distance entre la boucle inductive et la surface de l'échantillon est considérée nulle dans ce calcul, on a donc simplement que $v^s = E^s$. On doit aussi considérer que J_{HTS}^{UC} , la densité de courant du supraconducteur calculée avec le modèle

UC, est égale à la densité de courant moyenne réelle $\langle J \rangle$. Ceci revient à supposer que l'erreur sur le courant calculé est négligeable et cette hypothèse a déjà été validée au chapitre 3. Si on prend la tension au bord, v^s , comme paramètre d'entrée du modèle UC, au lieu de v^c , on obtient que $\rho_{HTS}^{UC} = v^s / J_{HTS}^{UC}$. Dans ces conditions, (4.16) mène à

$$\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} = \frac{\langle \rho \rangle_{HTS} - \rho_{HTS}^{UC}}{\rho_{HTS}^{UC}} \approx \frac{v_i^t}{v^s}. \quad (4.17)$$

L'équation (4.17) permet de déterminer expérimentalement l'erreur du modèle UC au lieu d'une borne supérieure de celle-ci. De plus, cette équation demeure valide en présence d'un champ magnétique externe contrairement à (3.18). Si l'approximation que $\langle E_z / J \rangle \approx \langle E_z \rangle / \langle J \rangle$ était exacte, alors (4.17) serait une égalité et non une approximation.

Il est nécessaire de comparer la borne de $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ donnée par (4.17) avec celle donnée par (3.18), pour une boucle inductive triangulaire et rectangulaire respectivement, ainsi que l'erreur réelle du modèle UC. Pour ce faire, on utilise le modèle électrodynamique pour simuler l'erreur du modèle UC et sa borne pour les deux géométries de boucles inductives. Les résultats obtenus pour une simulation d'un pulse de 250 A sont montrés à la figure 4.9 tandis que ceux pour une simulation d'un pulse de 100 A sont montrés à la figure 4.10. Tel que prédit, on observe que v_i^t / v^s n'est pas exactement égal à $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ pour la boucle triangulaire, mais l'écart entre les deux est bien moins grand que pour une boucle rectangulaire. L'erreur du modèle UC est plus grande lorsqu'on utilise v^s au lieu de v^c en entrée du modèle UC, comme c'est nécessaire pour la boucle triangulaire. Ceci s'explique simplement par le fait que, pour les pulses étudiés, l'écart entre E^c et $\langle E_z \rangle$ est plus petit que celui entre E^s et $\langle E_z \rangle$. Cependant, cette relation peut tout aussi bien s'inverser en présence d'un champ magnétique externe.

En conclusion, la borne d'erreur donnée par (3.18) peut être jusqu'à un ordre de grandeur supérieure à l'erreur réelle et elle est invalide en présence d'un champ magnétique externe. Il est possible d'améliorer l'évaluation de l'erreur du modèle UC en utilisant une boucle inductive triangulaire au lieu de rectangulaire. Cette méthode est aussi valide en présence d'un champ magnétique externe. Avant d'appliquer celle-ci pour des mesures expérimentales, il faut d'abord évaluer l'impact de la distance entre la surface de l'échantillon et la boucle triangulaire, car cette distance n'est jamais nulle dans une expérience réelle. Cependant, l'utilisation de boucles inductives rectangulaires est suffisante pour remplir les objectifs de ce mémoire.

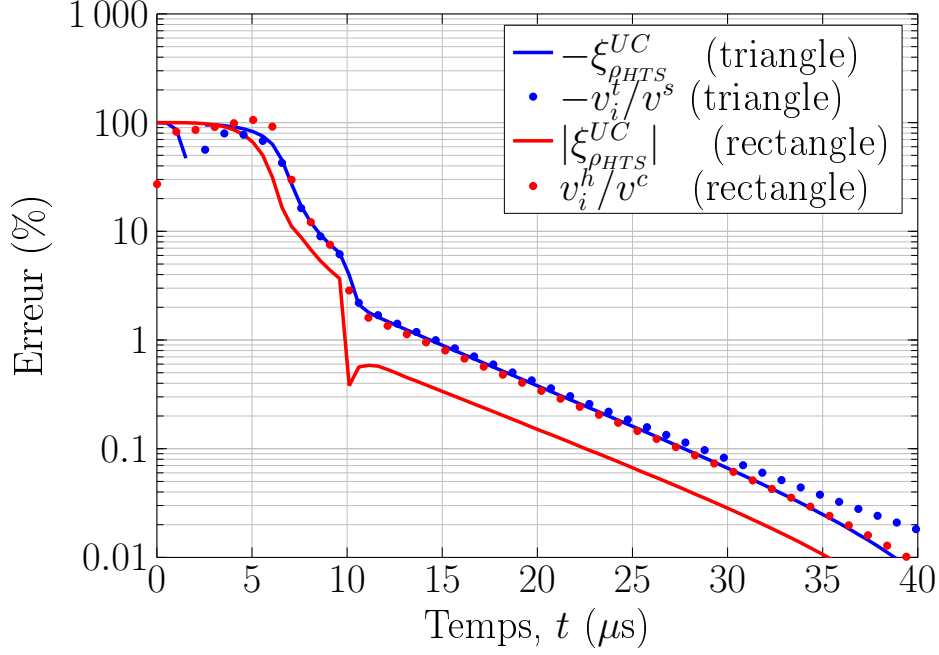


Figure 4.9 Erreur du modèle UC obtenue par simulation pour un pulse de 250 A avec un $t_r=10 \mu s$ à 77 K. La figure compare les résultats pour une boucle inductive rectangulaire (rectangle) avec ceux pour une boucle triangulaire (triangle). $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ (triangle) a été calculé en prenant v^s comme variable d'entrée pour le modèle UC.

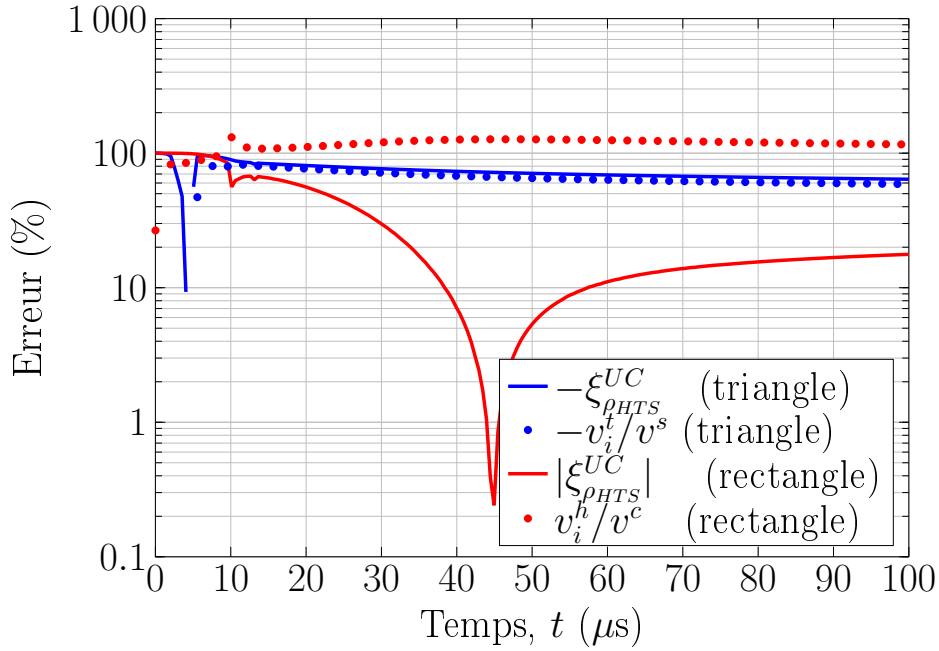


Figure 4.10 Erreur du modèle UC obtenue par simulation pour un pulse de 100 A avec un $t_r=10 \mu s$ à 77 K. Les quantités comparées sont les mêmes qu'à la figure 4.9.

4.2 Application du modèle UC

4.2.1 Résistivité expérimentale

La validité du modèle UC ayant été démontrée par simulation, il est maintenant possible de l'utiliser pour calculer ρ_{HTS}^{UC} à partir de mesures expérimentales. Les données utilisées dans cette section proviennent de pulses de courant ayant un temps de montée t_r de 10 μs , elles ont été mesurées à l'EPFL sur l'échantillon SP03R et la distance de mesure est de 3,4 cm. Des exemples de mesures sont présentés à l'annexe B. Le modèle UC a été implémenté sur COMSOL 4.3b et la température moyenne, le courant et la résistivité moyenne ont été calculés pour chaque pulse. En utilisant l'équation (3.18), seules les mesures pour lesquelles $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC} \leq 15\%$ ont été conservées. Les valeurs de la résistivité obtenues avec ces mesures sont tracées à la figure 4.11. Une projection de la figure 4.11 sur le plan $T_{HTS}^{UC} - I_{HTS}^{UC}$ est tracée à la figure 4.12.

Pour faciliter la visualisation des données, on peut tracer des courbes quasi-isothermiques à partir de la figure 4.11. Les valeurs expérimentales de la résistivité pour T_{HTS}^{UC} entre 77 K et 77,1 K ainsi que celles pour T_{HTS}^{UC} entre 65 K et 65,2 K sont tracées à la figure 4.13.

À la figure 4.13, on remarque qu'à bas courant, c'est-à-dire sous 130 A, on mesure plusieurs valeurs différentes de ρ_{HTS}^{UC} pour un même I_{HTS}^{UC} à $T_{HTS}^{UC}=77$ K. Ce comportement

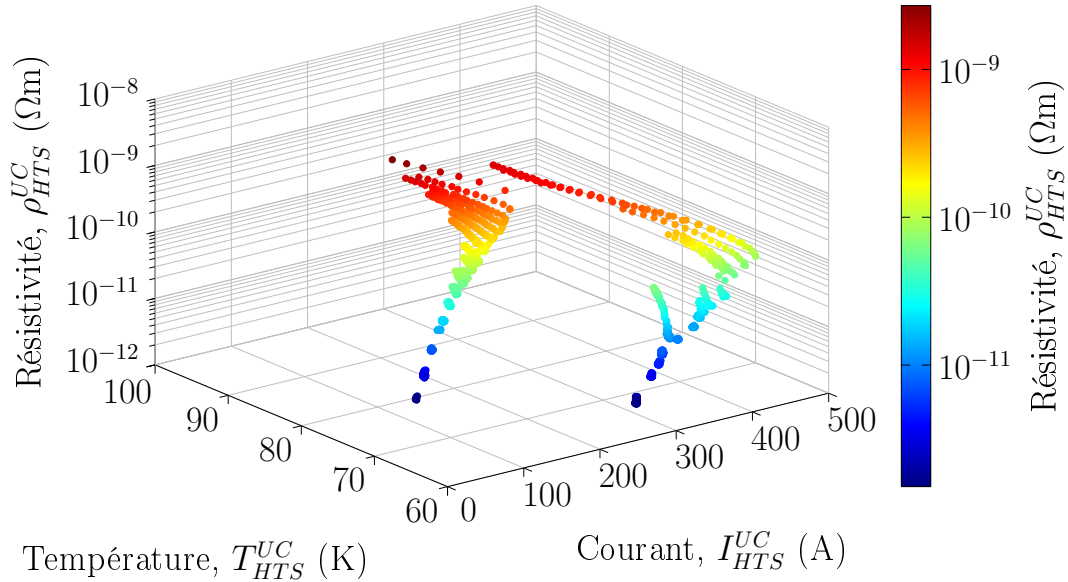


Figure 4.11 Résistivité expérimentale du REBCO de l'échantillon SP03R calculée avec le modèle UC. Tous les pulses utilisés ont un t_r de 10 μs et seule la partie du plateau du courant pour laquelle $|\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}| \leq 15\%$ a été utilisée.

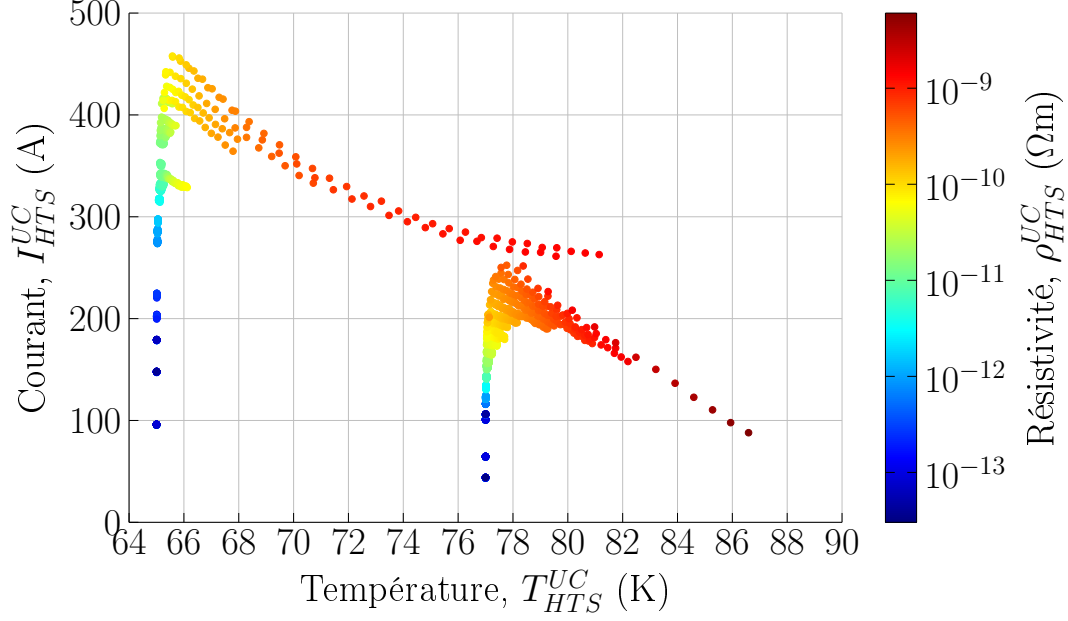


Figure 4.12 Projection de la figure 4.11 sur le plan $T_{HTS}^{UC} - I_{HTS}^{UC}$.

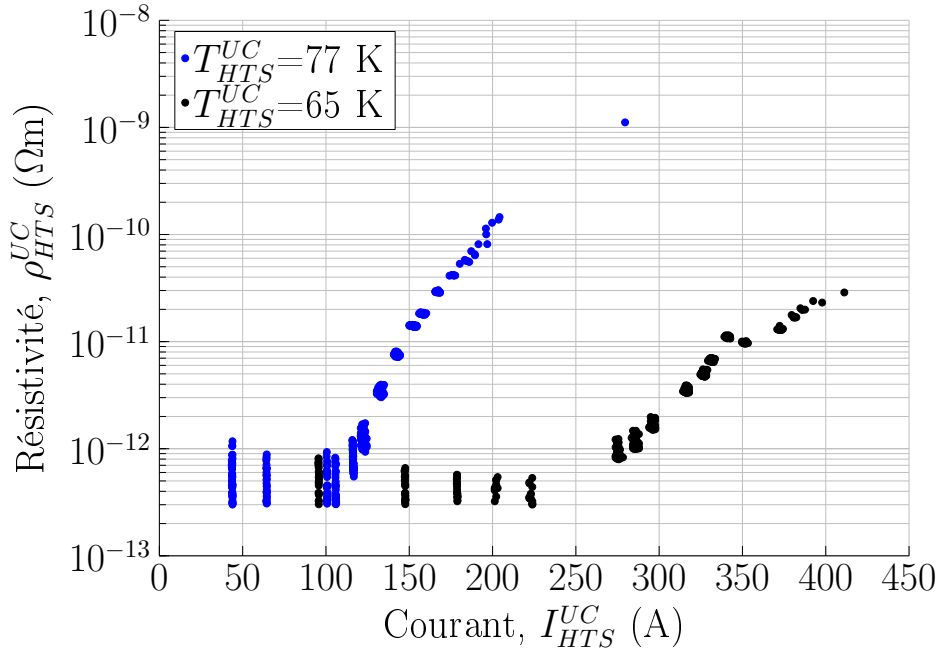


Figure 4.13 Coupe transversale de la figure 4.11 pour les températures entre 77 K et 77,1 K ($T_{HTS}^{UC}=77$ K) ainsi qu'entre 65 K et 65,2 K ($T_{HTS}^{UC}=65$ K).

n'est pas physique et provient simplement de la grande incertitude relative des mesures à faible champ électrique. Pour ces champs électriques, l'erreur causée par les oscillations de reconstruction de la section 2.1.2 et par le bruit sur les mesures dépasse celle du modèle UC.

Pour des courants supérieurs à 130 A, le ratio signal sur bruit s'améliore et on obtient une courbe de ρ_{HTS}^{UC} unique à $T_{HTS}^{UC}=77$ K. Le point à 280 A provient d'une mesure ayant une température de départ de 65 K.

À la figure 4.13, on remarque qu'il y a plusieurs problèmes avec les mesures à 65 K. Tout comme pour les mesures à 77 K, les valeurs de ρ_{HTS}^{UC} obtenues à faibles courant, c'est-à-dire sous 300 A, sont imprécises. De plus, on observe un plateau de ρ_{HTS}^{UC} entre 340 et 350 A. Il est peu probable que celui-ci soit physique et il est surement causé par une mesure aberrante, mais davantage de mesures sont nécessaires pour conclure. Une dernière remarque est que la valeur maximale de ρ_{HTS}^{UC} atteinte à 65 K est inférieure à celle atteinte à 77 K. Ce comportement est aussi visible à la figure 4.11.

Les données de la figure 4.11 peuvent être projetées sur le plan $\rho_{HTS}^{UC} - T_{HTS}^{UC}$ pour obtenir la figure 4.14. D'abord, ces résultats confirment qu'il devient de plus en plus difficile d'atteindre de hautes valeurs de ρ_{HTS}^{UC} lorsque la température diminue, ce qui est cohérent avec l'analyse de la section 1.3.1. Encore une fois, cette observation justifie l'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes pour caractériser le régime sur-critique, car le temps de mesure doit être inférieur à l'échelle de temps de l'échauffement. Ensuite, on remarque que les pulses ayant une température initiale de 65 K ne concordent pas avec ceux ayant une température initiale de 77 K lorsque T_{HTS}^{UC} atteint 81 K. En effet, la résistivité semble diminuer lorsque le courant augmente, mais les pertes totales augmentent avec le courant (le cas contraire aurait été non physique). Pour étudier cette situation, ρ_{HTS}^{UC} a été tracé pour T_{HTS}^{UC} entre 80,95 K et 81,25 K à la figure 4.15. Celle-ci requiert une analyse plus approfondie.

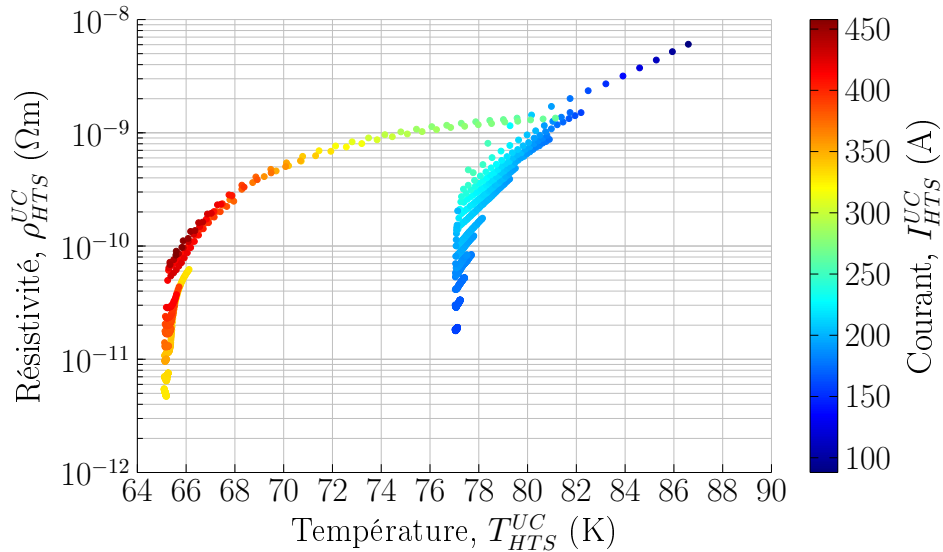


Figure 4.14 Projection sur le plan $T_{HTS}^{UC} - \rho_{HTS}^{UC}$ de la figure 4.11 pour les hautes résistivités.

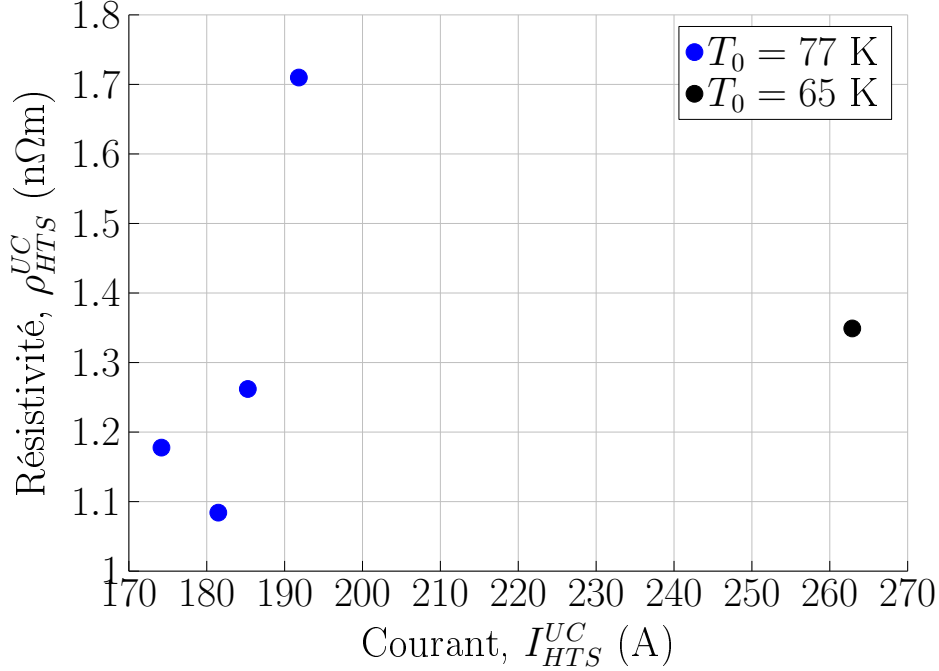


Figure 4.15 Coupe transversale de la figure 4.11 pour les températures entre 80,95 K et 81,25 K.

La figure 4.15 est difficile à analyser, car la diminution observée de ρ_{HTS}^{UC} avec le courant peut avoir plusieurs origines. D'abord, il est possible que le point à 192 A soit aberrant et que l'échantillon SP03R soit en régime *flux flow* pour les températures et courants de la figure 4.15, ce qui expliquerait la résistivité à peu près constante avec le courant. Ensuite, il se peut aussi que le point à 192 A ne soit pas aberrant et qu'un mécanisme inconnu entraîne une diminution de la résistivité avec le courant. Par exemple, la force visqueuse s'opposant à la force de Lorentz pourrait avoir un terme non linéaire comme discuté à la section 1.3.2 et à l'annexe A. Dans les deux cas, davantage de données pour des I_{HTS}^{UC} entre 190 A et 260 A à une température de 81 K sont nécessaires avant de conclure. Une troisième possibilité est que la figure 4.15 ne reflète pas la réalité, ce qui pourrait être dû à une erreur dans l'application du modèle UC et/ou à un problème dans les mesures. Pour déterminer si le comportement de la figure 4.15 représente la réalité ou est un artéfact, des mesures commençant à 65 K, mais d'une durée suffisante pour que T_{HTS}^{UC} atteigne la température critique, sont nécessaires. Ainsi, on pourrait vérifier si le courant et la température calculés dans le REBCO sont cohérents, de la même manière qu'à la section 3.4.1. Malheureusement, le montage à Montréal ne permet pas de faire d'autres mesures à 65 K pour l'instant et aucune des mesures ayant une température initiale de 65 K prises à l'EPFL n'a un échauffement suffisant pour atteindre T_c .

L'explication la plus probable est la troisième, soit que les résultats de la figure 4.15

ne sont pas physiques et proviennent d'une erreur d'analyse. Au chapitre 3, il a été démontré que l'erreur du modèle UC est négligeable lorsqu'on utilise les résultats du modèle électrodynamique en entrée, mais plusieurs sources d'erreurs s'ajoutent lorsqu'on analyse des mesures expérimentales. Parmi ces sources d'erreurs, on compte l'incertitude sur la géométrie du ruban, sur la résistivité de l'argent sous T_c , sur les propriétés thermiques utilisées dans le modèle UC et sur les mesures de tension et de courant. De plus, le modèle UC discrétise le temps et l'échauffement calculé dépend des pas de temps précédents, il y a donc une accumulation d'erreurs pendant le pulse. Celle-ci rend la résistivité calculée pour les pulses ayant un échauffement important particulièrement sensible aux différentes incertitudes des paramètres entrés dans le modèle UC (propriétés thermiques, résistivité, géométrie, tension et courant). Malheureusement, les deux seules températures de départ accessibles durant les mesures à l'EPFL étaient de 65 K et 77 K. Il était donc nécessaire que l'échauffement des mesures avec $T_0 = 65$ K soit suffisant pour couvrir l'écart de 12 K et obtenir une surface de $\rho_{HTS}^{UC}(I_{HTS}^{UC}, T_{HTS}^{UC})$ complète. Pour réduire l'échauffement total nécessaire durant un pulse, et donc diminuer l'accumulation d'erreurs, il faut réduire l'écart entre les différents T_0 . Ceci sera possible dès que le cryostat sera réparé.

Malgré tout, la résistivité calculée du REBCO à la figure 4.11 est globalement cohérente, c'est-à-dire que la résistivité augmente avec la température et le courant et que les résultats sont répétables. De plus, les mesures provenant des différents pulses sont cohérentes entre elles et se recoupent lorsque I_{HTS}^{UC} et T_{HTS}^{UC} sont similaires. La seule exception survient lorsqu'on compare les pulses avec des températures initiales de 65 K et 77 K autour de 81 K, mais même dans ce cas les résultats ne sont pas complètement aberrants et peuvent être corrigés par une meilleure caractérisation des propriétés de base des échantillons. On conclut donc que l'utilisation de pulses de courant ultra rapides, combinée au modèle UC, permet d'obtenir une surface de $\rho_{HTS}^{UC}(I_{HTS}^{UC}, T_{HTS}^{UC})$ cohérente pour le régime sur-critique.

4.2.2 Validation finale de la résistivité

La dernière étape nécessaire afin de valider le modèle UC et la technique de mesure est de réussir à reproduire la réponse en tension d'un échantillon de REBCO en utilisant sa résistivité expérimentale. Pour ce faire, on utilise le modèle électrodynamique complet, mais en remplaçant la loi de puissance utilisée au chapitre 3 par la résistivité expérimentale du REBCO calculée à l'aide du modèle UC. En tenant compte de la géométrie exacte du porte-échantillon, on peut simuler le champ électrique entre les pointes de mesure ainsi que le voltage inductif parasite, ce qui permet de déduire la tension v^c théorique au centre de l'échantillon. Ce travail a déjà été fait par Nicolò Riva [43] et la figure 4.16 compare les

valeurs de v^c qu'il a mesurées avec celles qu'il a simulées. Le modèle d'analyse (modèle UC) et le modèle électrodynamique que Nicolò Riva a utilisés sont les mêmes que ceux présentés dans ce mémoire. Le montage expérimental qu'il a utilisé est celui de l'EPFL.

À la figure 4.16, on remarque que la tension simulée concorde avec celle mesurée, ce qui prouve que la résistivité expérimentale obtenue permet de décrire le comportement électrique du REBCO en régime sur-critique. De plus, aucune supposition sur la forme de ρ_{HTS} , telle qu'une loi de puissance par exemple, n'a été nécessaire. Les résultats de Nicolò Riva constituent donc la validation finale de la méthode présentée dans ce mémoire, car une erreur dans le montage expérimental, le modèle UC et/ou le modèle électrodynamique aurait eu des répercussions à la figure 4.16. Certaines précisions sont cependant nécessaires.

D'abord, bien que la figure 4.16 ne présente que quatre pulses de courant, des dizaines de pulses ont été nécessaires pour obtenir la résistivité expérimentale du REBCO utilisée dans le modèle électrodynamique. En effet, seule une partie du plateau de courant est utilisée pour extraire la résistivité et obtenir une surface telle que celle de la figure 4.11. C'est-à-dire que pour simuler un pulse de 286 A, par exemple, il faut utiliser les données de plusieurs pulses ayant des amplitudes plus faibles pour connaître la résistivité pendant la montée et la

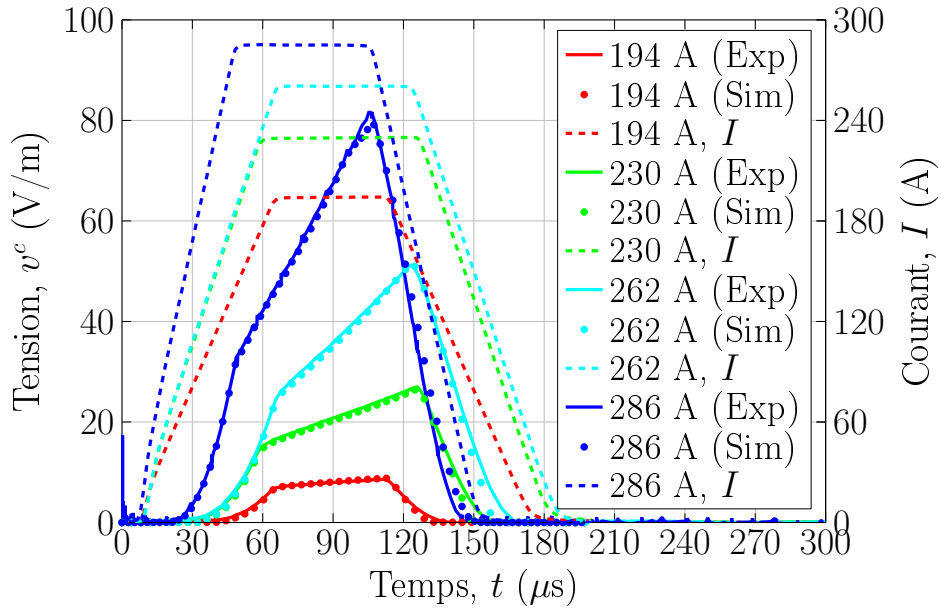


Figure 4.16 Comparaison entre les mesures expérimentales de la tension au centre (Exp) avec celles simulées en utilisant la résistivité expérimentale du REBCO dans le modèle électrodynamique (SIM). Le courant total des différents pulses est aussi représenté. Les données de cette figure proviennent de [43] pour des pulses de courant ayant une température initiale de 77 K.

descente du courant. La figure 4.16 ne valide donc pas uniquement le traitement des quatre pulses qui y sont présentés, mais aussi de tous ceux qui ont été nécessaires pour obtenir la surface de ρ_{HTS}^{UC} .

Ensuite, le travail de la figure 4.16 n'a pas été fait pour les mesures de la figure 4.11 pour plusieurs raisons. D'abord, il est nécessaire d'interpoler la résistivité du REBCO avant de l'inclure dans le modèle électrodynamique. Or, l'écart de température entre les deux séries de mesures (température initiale de 65 K et de 77 K) est trop grand et nuit à la qualité de l'interpolation. De plus, le problème d'incohérence de la figure 4.15 nuit également à l'interpolation. Il est donc nécessaire d'avoir des mesures ayant des températures initiales entre 65 K et 77 K afin d'obtenir une interpolation satisfaisante de ρ_{HTS}^{UC} sur une aussi large plage de températures, ce qui sera possible dès que le cryostat sera réparé. Finalement, Nicolò Riva a utilisé le même montage expérimental et la même méthode d'analyse que ceux présentés dans ce mémoire ainsi qu'un échantillon de la compagnie *SuperPower*. Ses mesures suffisent donc pour valider la méthode de caractérisation présentée dans ce mémoire, car elles sont très similaires à celles présentées à la section 4.2.1.

Finalement, la figure 4.16 valide que l'on peut prédire la réponse électrique du REBCO en régime dynamique (pendant la montée du courant) en utilisant ρ_{HTS}^{UC} , qui est une résistivité effective mesurée en condition quasi-statique. Dans le cas contraire, un modèle probabiliste de la résistivité locale aurait été nécessaire. On conclut donc que, pour les échantillons étudiés dans ce mémoire, la résistivité effective du REBCO est suffisante pour décrire avec précision son comportement électrique et thermique en régime sur-critique.

4.2.3 Méthodologie finale

Le troisième objectif de ce mémoire est de proposer une méthodologie permettant de caractériser les 2G HTS CCs pour une large plage de courants et de températures. Or, certaines des étapes de validation qui ont été présentées jusqu'à maintenant n'ont pas besoin d'être refaites pour chaque échantillon caractérisé et doivent donc être exclues de la méthodologie finale proposée. Celle-ci comprend quatre étapes.

La première étape est d'utiliser des mesures dans les millisecondes pour caractériser la résistivité près et sous le courant critique, car le temps de relaxation pour ce régime est trop long pour utiliser des pulses dans les microsecondes. Il est suggéré de commencer à faible courant et d'augmenter celui-ci jusqu'à ce qu'il commence à y avoir un échauffement durant les mesures. Il faut cependant éviter d'atteindre le *quench*, car, avec une mesure aussi longue, l'échantillon pourrait être endommagé. Le modèle UC peut être appliqué à ces mesures, mais ce n'est pas nécessaire. En effet, à des courants aussi faibles, l'échauffement

devrait être négligeable et tout le courant devrait être dans le supraconducteur. Cependant, il est possible que l'approximation adiabatique ne soit pas valide pour des pulses dans les millisecondes. Cette possibilité est abordée à la section 5.3. Il faut prendre des mesures pour différentes températures initiales afin d'obtenir une surface de résistivité complète.

La deuxième étape est de prendre des mesures avec la source rapide pour des courants supérieurs à ceux atteints lors des mesures dans les millisecondes. On peut diminuer le temps de montée lorsqu'on augmente le courant maximum afin de compenser l'échauffement. Encore une fois, il faut répéter le processus pour différentes températures initiales.

La troisième étape est d'extraire la résistivité en fonction du courant et de la température. Pour les mesures de la source lente et en absence d'échauffement, on prend simplement la moyenne de la tension durant le plateau et on la divise par le courant. Pour les mesures avec la source rapide, il faut utiliser le modèle UC pour calculer l'échauffement et la distribution du courant entre le supraconducteur et les autres conducteurs de l'échantillon étudié. Il est aussi nécessaire d'estimer le temps de relaxation. Or, des mesures de tensions induites nécessitent un porte-échantillon spécial, ce qui complexifie la caractérisation de la résistivité. Cependant, les conclusion du modèle d'uniformisation par les pertes permettent d'éviter de faire des mesures inductives pour chaque nouvel échantillon. En effet, si l'échauffement calculé avec le modèle UC est supérieur à 50 mK, on peut considérer que l'erreur du modèle UC est négligeable durant le plateau. La variation de résistivité étant négligeable pour des échauffements inférieurs à 50 mK (ceci n'est vrai que si on est loin de la température critique), la tension devrait être à peu près constante si le courant l'est et que la relaxation magnétique est complétée. Si l'échauffement est négligeable (inférieur à 50 mK), on peut donc considérer que $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ est négligeable une fois que la tension a atteint un plateau et que le courant est constant. Cette méthode est une alternative à l'utilisation d'une boucle inductive, mais il est plus rigoureux d'utiliser celle-ci. Une autre alternative est d'utiliser des figures de référence du temps de relaxation comme la figure 3.18. Cependant, le temps de relaxation peut varier avec le temps de montée, le courant, la température et l'échantillon étudié.

La dernière étape est l'étape de validation. Cette étape consiste à refaire le travail de la section 4.2.2 pour reproduire par simulation le résultat de mesures expérimentales en utilisant la résistivité obtenue à l'étape trois. Si les simulations concordent avec les mesures, alors les résultats des trois premières étapes sont validés.

CHAPITRE 5 CONCLUSION

5.1 Synthèse des travaux

Le premier objectif de ce projet consistait à calibrer et à améliorer le montage expérimental de la source rapide. Dans l'ensemble, cet objectif a été accompli. En effet, les oscillations parasites dans la mesure de la tension ont été corrigées. Le cryostat a également été modifié pour pouvoir y installer un nouveau porte-échantillon. Cependant, plusieurs problèmes ont été identifiés sans être corrigés. Par exemple, il a été déterminé que l'amenée de courant du cryostat cause un gradient de température sur la longueur de l'échantillon, mais les modifications nécessaires n'ont pas pu être complétées au moment d'écrire ce mémoire.

Le second objectif, qui était l'élaboration et la validation d'un modèle d'analyse des mesures en courant pulsé, a été réalisé avec succès. Après avoir exposé les différentes difficultés et contraintes de l'analyse des mesures de pulses de courant dans les microsecondes, le modèle UC a été proposé comme modèle d'analyse. Ce modèle a l'avantage d'être simple et peu coûteux en temps de calcul. Bien qu'il néglige complètement l'effet de peau, il a été démontré que ce modèle demeure parfaitement valide en présence d'échauffement, car la minimisation de l'énergie tend à uniformiser rapidement la densité de courant dans un supraconducteur en régime sur-critique. Cet effet a été nommé uniformisation par les pertes. Il a aussi été démontré qu'il est possible de borner l'erreur d'analyse du modèle UC à partir d'une mesure de la tension induite dans une boucle rectangulaire au-dessus de l'échantillon.

Le troisième objectif de ce mémoire, qui était de proposer une méthodologie de caractérisation des 2G HTS CCs, a aussi été réalisé. L'avantage de cette méthodologie est qu'aucune supposition sur la forme de la résistivité n'est nécessaire. Chaque étape et hypothèse a été méticuleusement validée, de sorte que la méthodologie proposée permet d'obtenir des mesures cohérentes de la résistivité des supraconducteurs sur une large plage de températures et de courants, et ce, même en régime sur-critique. Même si, dans ce mémoire, cette méthodologie a uniquement été appliquée à des échantillons de REBCO, elle est aussi valide pour les autres HTS ayant des géométries similaires à celles étudiées dans ce mémoire.

Bien qu'une des conclusions principales de ce mémoire est que la relaxation magnétique soit négligeable en régime sur-critique, et ce, même pour des pulses de courant dans les microsecondes, il était nécessaire de faire cette analyse pour prouver qu'il est possible d'obtenir la résistivité d'un 2G HTS CCs en régime quasi-statique en utilisant des pulses de courant aussi courts. De plus, ce travail clarifie ce que donne le résultat d'une mesure de tension sur un

supraconducteur. En effet, les liens entre la tension mesurée, le champ électrique et la boucle inductive formée par les fils de mesure ont été largement discutés. Finalement, les mesures expérimentales de la résistivité du REBCO ont clairement démontré que $\rho_{HTS}(J, T)$ est une fonction unique et continue et que la résistivité effective obtenue en régime quasi-statique peut être utilisée pour prédire le comportement électrique du REBCO en régime dynamique.

5.2 Limitations de la solution proposée

Il a été démontré que la méthode de mesure par pulses de courant ultra-rapides (échelle des microsecondes), combinée au modèle UC, permet de caractériser efficacement la résistivité des 2G HTS CCs. Cependant, cette méthode a plusieurs limitations qu'il est important de rappeler.

Une des limitations majeures est que le temps de diffusion de la chaleur entre les couches de l'échantillon est plus grand que le temps de la mesure, tel que discuté à la section 1.3. Ceci rend impossible toute mesure directe de la température du supraconducteur et il est nécessaire de la calculer avec un modèle d'analyse tel que le modèle UC. La nécessité de calculer la température rend les résultats obtenus sensibles à l'incertitude sur les propriétés thermiques et électriques des matériaux et sur la géométrie exacte de l'échantillon. Le problème du temps de diffusion de la chaleur n'est pas exclusif aux pulses de courant dans les microsecondes, car le rythme d'échauffement du supraconducteur est le même pour une même densité de courant et température, et ce, peu importe la façon dont le courant est appliqué. Cependant, seuls des pulses de courant aussi rapides permettent d'atteindre un régime où l'échauffement est aussi rapide, car il est nécessaire d'avoir un temps d'acquisition inférieur aux microsecondes pour mesurer des tensions à des densités de courant générant un tel échauffement.

Une autre limitation majeure de la technique des pulses de courant dans les microsecondes est la tension induite. Cette limitation est unique à cette technique, car la variation rapide du courant, allant jusqu'à 500 A par μs , engendre des tensions induites dans les boucles formées par les fils de mesure, même si ceux-ci sont torsadés [48]. Notre porte-échantillon a été conçu pour minimiser la tension induite dans les fils de mesure afin d'éviter de saturer les instruments de mesure. Néanmoins, celle-ci affecte tout de même nos mesures, tel que discuté au chapitre 3.

L'analyse du chapitre 3 montre que la relaxation magnétique est négligeable à très fort courant, c'est-à-dire lorsque l'échauffement est important. Cependant, ceci n'est pas vrai pour des courants proches de I_c . La technique des pulses de courant dans les microsecondes n'est donc pas adaptée aux mesures près de I_c , car le temps de relaxation y est trop long. Il est

nécessaire d'utiliser des pulses dans les millisecondes, ou du courant continu, pour caractériser la résistivité à faible courant.

Malgré le fait que la technique des pulses de courant dans les microsecondes nous permet d'atteindre des courants bien supérieurs aux courants maximums caractérisés avec les autres techniques de mesure, cette technique demeure limitée par la distribution du courant entre le supraconducteur et son stabilisateur (en argent dans notre cas). En effet, il a été expliqué qu'il devient de plus en plus difficile d'atteindre de grandes résistivités, car la proportion du courant dans l'argent augmente rapidement. De plus, l'échauffement est de plus en plus important pour une même résistivité lorsque J_c augmente, il devient donc de plus en plus difficile d'atteindre de hautes valeurs de la résistivité lorsque la température diminue.

En fait, la distribution du courant entre le supraconducteur et l'argent est telle qu'il est impossible d'atteindre, en champ propre, le courant de *depairing*, I_d , pour le type d'échantillons caractérisé dans ce mémoire. À ce courant, la résistivité du supraconducteur est égale à sa résistivité à l'état normal, qui est d'environ $50 \mu\Omega\text{cm}$ pour le REBCO à 77 K [49] [50]. Le ratio I_{Ag}/I_{HTS} est égal au ratio de la résistance du REBCO sur celle de l'argent. L'argent ayant une résistivité d'environ $0,5 \mu\Omega\text{cm}$ à 77 K, selon les mesures de la section 2.2, et une section deux fois supérieure à celle du REBCO, le ratio I_{Ag}/I_{HTS} est d'environ 200 à 77 K lorsque le courant dans le REBCO est égal à I_d . Ceci signifie donc que pour caractériser la résistivité du REBCO dans nos échantillons près de I_d à 77 K, il est nécessaire d'utiliser des pulses de courant de plus de 200 fois I_d . Par exemple, si I_d est de 250 A, un pulse de 50 000 A serait nécessaire. Or, les mesures expérimentales de ρ_{HTS} présentées à la section 4.2.1 montrent que I_d est supérieur à 250 A à 77 K pour l'échantillon SP03R. On conclut que même en envoyant 50 000 A dans l'échantillon SP03R à 77 K sans champ magnétique externe, son courant de *depairing* ne serait pas atteint, et, en absence d'échauffement, il demeurerait dans l'état supraconducteur. Une solution à ce problème est proposée à la section suivante.

La dernière limitation de cette technique, et la plus importante, est la limitation matérielle. En effet, il n'existe pas de source commerciale équivalente à la source rapide utilisée dans ce mémoire, ce qui limite considérablement l'accès à ce type de mesures. De plus, il est important de minimiser l'induction dans les fils de mesures. L'utilisation d'une boucle inductive pour évaluer expérimentalement $\xi_{\rho_{HTS}}^{UC}$ ajoute à la complexité du montage, bien qu'il est techniquement possible de s'en passer. Dans notre cas particulier, des problèmes techniques associés au cryostat ont aussi limité la quantité de résultats obtenus.

5.3 Améliorations futures

Suite à des contraintes de temps, certains aspects du projet de caractérisation électrique des 2G HTS CCs n'ont pas pu être abordés dans ce mémoire. Par exemple, ce mémoire s'est davantage concentré sur la présentation et la validation de la technique de caractérisation plutôt que sur la présentation de mesures expérimentales. De plus, certaines modifications sont possibles afin d'améliorer les résultats.

La première de ces améliorations est l'ajout d'un champ magnétique externe aux mesures. Des mesures en champ magnétique sont évidemment prévues pour la suite du projet et certaines parties du montage, telles que le cryostat, ont été conçues pour de telles mesures. La technique utilisée dans ce mémoire pour mesurer le temps de relaxation n'est pas valide en présence d'un champ magnétique externe. Cependant, il a été discuté que l'utilisation d'une boucle inductive triangulaire réglerait ce problème, en plus de fournir une meilleure estimation de l'erreur d'analyse que celle obtenue avec une boucle rectangulaire. Davantage de simulations sont nécessaires afin d'évaluer l'impact de la distance entre la boucle inductive triangulaire et la surface de l'échantillon avant de fabriquer un porte-échantillon comportant une boucle triangulaire.

Une autre amélioration possible est l'utilisation d'échantillons où l'argent a été gravé (*etched sample*). Ceci permettrait d'augmenter la proportion du courant passant par le supraconducteur et donc de caractériser des résistivités plus élevées. Cependant, cela aurait aussi pour effet d'augmenter le rythme d'échauffement, et il faudrait donc être en mesure d'effectuer des montées en courant très rapides, autrement l'échantillon risquerait d'être endommagé. Avant d'utiliser des échantillons où l'argent a été gravé, il faut modifier le modèle UC pour être en mesure d'analyser les résultats obtenus. En effet, ce modèle considère que l'épaisseur de l'argent est constante sur la longueur, ce qui n'est pas le cas ici. Pour ce faire, il faut utiliser un modèle électrodynamique complet en 3D, c'est-à-dire incluant aussi la résistance électrique d'interface entre le supraconducteur et l'argent, afin d'évaluer l'impact de la gravure sur la chaleur générée et voir s'il est possible d'utiliser un modèle d'analyse 2D dans un tel cas.

Afin de vérifier que cette technique permet d'atteindre le courant de *depairing* en absence de champ magnétique externe, on peut estimer le rythme d'échauffement dans de telles conditions. Pour ce faire, on considère un échantillon SP à 77 K où l'argent a été enlevé. En utilisant les données du tableau 1.1, on obtient que la capacité calorifique linéaire de l'échantillon gravé est de 0,3126 J/(Km). La puissance totale dissipée est de $I_d^2 \rho_n S_{HTS}$, où ρ_n est la résistivité du REBCO à l'état normal et S_{HTS} est sa section. Comme à la section précédente,

on sous-évalue I_d par 250 A et on approxime ρ_n par $50 \mu\Omega\text{cm}$. On obtient donc une puissance dissipée de 7,81 MW. Pour obtenir le rythme d'échauffement, on divise la puissance dissipée par la capacité calorifique totale. On obtient un échauffement de $25 \text{ K}/\mu\text{s}$. Ce calcul est en réalité une sous-estimation, car on a considéré que la température est uniforme sur le REBCO et l'hastelloy et on a négligé la présence de courant dans ce dernier. On conclut donc que l'utilisation de pulses de courant dans les microsecondes ne permet pas d'atteindre le courant de *depairing* en champ propre pour les échantillons étudiés dans ce mémoire, et ce, même si on grave l'argent. En augmentant le champ magnétique externe, il devient plus facile d'atteindre le courant de *depairing*, car celui-ci diminue, ce qui réduit aussi le rythme d'échauffement.

Il est important de préciser que l'approximation adiabatique ne limite en rien la validité du modèle UC. En effet, les pertes de chaleur avec le milieu ambiant peuvent être incorporées à l'équation de la chaleur du modèle UC sous forme de conditions frontières [38]. Pour les mesures avec la source rapide dans le cryostat, l'approximation adiabatique est justifiée, car l'échantillon est dans une enceinte à vide et l'échelle de temps des mesures est dans les microsecondes. Pour les mesures dans l'azote liquide, la situation est plus complexe, car les pertes par convection augmentent le refroidissement. Les mesures de *quench* de la section 3.4.1 et l'analyse de la section 4.2.2 semblent indiquer que la température calculée avec l'approximation adiabatique est cohérente. Cependant, d'autres tests sont nécessaires afin d'évaluer la validité de l'approximation adiabatique pour des pulses de plusieurs centaines de microsecondes, en particulier dans l'azote liquide.

Bien que le temps de calcul du modèle UC ne soit que d'une trentaine de secondes par pulse, un grand nombre de pulses est nécessaire afin d'obtenir une surface de résistivité complète. Il est donc souhaitable de réduire le temps de calcul du modèle UC. Pour y arriver, on peut remplacer la géométrie 2D par une géométrie 1D pour les échantillons SP, ce qui revient à négliger l'influence de l'argent sur les côtés de l'échantillon. Cette simplification se justifie facilement en ce qui concerne le calcul de la température moyenne du supraconducteur. Cependant, davantage de simulations sont nécessaires pour valider que le courant dans le supraconducteur calculé avec un modèle 1D soit bien équivalent à celui en 2D. De plus, il est également possible de réduire le temps de calcul du modèle UC en résolvant analytiquement l'équation de la chaleur plutôt qu'en l'implémentant sur un logiciel d'éléments finis. La base théorique de ce travail a été développée pour une géométrie 1D à l'annexe C et pour une géométrie 2D à l'annexe D. Une telle solution analytique permet aussi de s'affranchir de l'utilisation d'un logiciel d'éléments finis et elle peut facilement être incorporée au programme de contrôle de la source rapide.

Au début de ce mémoire, il a été expliqué que les différents modèles décrivant la résistivité des 2G HTS CCs ne seraient pas présentés, car la campagne de mesure qui aurait permis de les valider ou de les invalider n'a pas pu être complétée. Cependant, il n'a jamais été discuté de comment il aurait été possible de juger de leur validité. Pour ce faire, il suffit de prendre un modèle décrivant la résistivité en fonction de la température et du courant et de faire un ajustement de courbe (*fit*) avec la résistivité expérimentale pour déterminer les paramètres libres du modèle. On peut ensuite définir une erreur

$$\xi^2 = \frac{1}{(I_{max} - I_{min})} \frac{1}{(T_{max} - T_{min})} \int_{T_{min}}^{T_{max}} \int_{I_{min}}^{I_{max}} \left(\rho_{HTS}^{UC}(I, T) - \rho_{HTS}^{model}(I, T) \right)^2 dI dT,$$

où ρ_{HTS}^{model} est la résistivité du supraconducteur donnée par le modèle dont on veut évaluer la validité. L'erreur ξ permet de comparer de manière quantitative la validité des différents modèles décrivant la résistivité des supraconducteurs. Un avantage de cette méthode est qu'elle permet d'ajuster la plage de température et de courant, ce qui est pratique, car certains modèles seront plus adaptés pour certains régimes. La dépendance en champ magnétique externe peut aussi être incluse dans ce type d'analyse.

5.4 Conclusion

On conclut que la contribution majeure de ce mémoire est l'étude de la nature dynamique des mesures faites avec des pulses de courant dans les microsecondes. Ce travail a démontré que l'utilisation de tels pulses est non seulement valide, mais aussi nécessaire pour caractériser le régime sur-critique, car la température critique peut être atteinte en seulement quelques microsecondes si le courant est plusieurs fois supérieur au courant critique. Pour des mesures sous et près du courant critique, il devient nécessaire d'utiliser des pulses de courant dans les millisecondes. Bref, le travail réalisé dans ce mémoire a contribué à poser des bases solides pour la caractérisation électrique des 2G HTS CCs en régime sur-critique.

Une des contributions les plus originales de ce mémoire est l'utilisation de boucles inductives pour obtenir de l'information sur le profil du champ électrique. En particulier, l'utilisation de boucles inductives triangulaires permet de mesurer expérimentalement le champ électrique moyen, ce qui, à la connaissance de l'auteur, constitue la méthode la plus simple de mesurer le champ électrique moyen sur la largeur d'un échantillon. Le potentiel des boucles inductives triangulaires dépasse donc le cadre de la caractérisation des supraconducteurs.

Le modèle UC convient parfaitement à l'analyse des mesures, et ce, même si ce modèle néglige la relaxation magnétique. En réalité, l'incertitude sur les mesures limite davantage la qualité des résultats obtenus que le modèle d'analyse. Il est donc nécessaire d'améliorer

la qualité des mesures avant de chercher à améliorer le modèle UC. Par exemple, il serait intéressant de réduire le bruit et l'incertitude sur les mesures de tension pour augmenter la précision des mesures à faible champ électrique.

En plus d'être essentielles pour le développement de limiteurs de courant supraconducteurs [38] [6], les données recueillies avec la méthode de caractérisation électrique des 2G HTS CCs en régime sur-critique présentée dans ce mémoire permettent de comparer les différents modèles qui décrivent leur résistivité, ce qui est une étape importante pour l'amélioration de notre compréhension des supraconducteurs à haute température critique et de l'optimisation de l'ancrage des vortex. Cependant, une plus vaste campagne de mesures, couvrant une plage de températures et de courants plus grande, incluant des mesures en champ magnétique externe et comparant des échantillons provenant de plusieurs fabricants, est nécessaire pour la suite du projet, qui est d'exprimer par une loi empirique la résistivité expérimentale en fonction du courant, de la température et du champ magnétique externe, et de justifier la fonction obtenue par des arguments physiques.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] *Heike Kamerlingh Onnes – Facts*. URL : <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/1913/onnes/facts/>.
- [2] David Larbalestier, Alex Gurevich, D Matthew Feldmann et al. “High-Tc superconducting materials for electric power applications.” In : *Nature* 414.6861 (2001), p. 368–377. ISSN : 0028-0836. DOI : 10.1038/35104654.
- [3] Charles Kittel. *Physique de l’état solide*. Sous la dir. de DUNOD. Sciences sup, 2007.
- [4] James F. Annett. *Superconductivity, Superfluids and Condensates*. Sous la dir. d’Oxford University Press. 2004.
- [5] Frédéric Sirois. “Modélisation de la caractéristique E-J des supraconducteurs à haute température critique”. thèse de doctorat. École Polytechnique de Montréal, 2002.
- [6] Frédéric Sirois, Jonathan Coulombe, François Roy et al. “Characterization of the electrical resistance of high temperature superconductor coated conductors at high currents using ultra-fast regulated current pulses”. In : *Superconductor Science and Technology* 23.3 (2010), p. 034018. ISSN : 0953-2048. DOI : 10.1088/0953-2048/23/3/034018. URL : <http://stacks.iop.org/0953-2048/23/i=3/a=034018?key=crossref.37d12d74fc44b0cd1c2d4593e91536b2>.
- [7] J. Bardeen, Cooper L. N. et J. R. Schrieffer. “Theory of Superconductivity”. In : *Physical Review* 108.5 (1957), p. 1175–1204.
- [8] Guo Meng Zhao. “The pairing mechanism of high-temperature superconductivity : Experimental constraints”. In : *Physica Scripta* 83.3 (2011). ISSN : 00318949. DOI : 10.1088/0031-8949/83/03/038302. arXiv : 1012.2368.
- [9] C.C Tsuei, J.R. Kirtley, C.C. Chi et al. “Pairing symmetry and flux quantization in a tricrystal superconducting ring of YBaCuO”. In : *Physical Review Letters* 73.4 (1994), p. 8–11.
- [10] A Mathai, Y Gim, R.C. Black et al. “Experimental Proof of a Time-Reversal-Invariant Order Parameter with a pi shift in YBaCuO”. In : *Physical Review Letters* 74.22 (1995), p. 4523–4527.
- [11] A. G. Sun, D. A. Gajewski, M. B. Maple et al. “Observation of Josephson pair tunneling between a high-Tc cuprate (YBa₂Cu₃O_{7-δ}) and a conventional superconductor (Pb)”. In : *Physical Review Letters* 72.14 (1994), p. 2267–2270. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.72.2267.

- [12] P. Chaudhari et Shawn-Yu Lin. “Symmetry of the Superconducting Order Parameter in YBa₂Cu₃O_{7-x} Epitaxial Films P.” In : *Physical Review Letters* 72.7 (1994), p. 1084–1087.
- [13] L N Cooper. “Bound Electron Pairs in a Fermi-Gas”. In : *Phys. Rev.* 104.4 (1956), p. 1–2. ISSN : 0031-899X. DOI : 10.1103/PhysRev.104.1189.
- [14] M.R. Schafroth. “Superconductivity of a charged ideal 2-dimensional bose gas”. In : *Physical Review* 100.2 (1955), p. 463–475. ISSN : 0031899X. DOI : 10.1103/PhysRev.115.254.
- [15] Michael Tinkham. *Introduction to Superconductivity*. Sous la dir. de Jack Shira et Eleanor Castellano. McGraw-Hill, 1996.
- [16] J Maza, G Ferro, J A Veira et al. “Thermal instability induced by high current densities in high- T_c coated conductors”. In : *Superconductor Science and Technology* 26.10 (2013), p. 105004. ISSN : 0953-2048. DOI : 10.1088/0953-2048/26/10/105004. URL : <http://stacks.iop.org/0953-2048/26/i=10/a=105004?key=crossref.6bf467f1ba45bb4eead9d503b245f242>.
- [17] D K Finnemore, D E Mapother et R W Shaw. “Critical Field Curve of Superconducting Mercury”. In : *Physical Review* 118.1 (1960), p. 127–129.
- [18] Y. Yeshurun, A. P. Malozemoff, F. Holtzberg et al. “Magnetic relaxation and the lower critical fields in a y-ba-cu-o crystal”. In : *Physical Review B* 38.16 (1988), p. 11828–11831. ISSN : 01631829. DOI : 10.1103/PhysRevB.38.11828.
- [19] DX Chen, RB Goldfarb et RW Cross. “Surface Barrier and Lower Critical Field”. In : *Physical Review B* 48.9 (1993), p. 6426–6430. URL : http://prb.aps.org/abstract/PRB/v48/i9/p6426%7B%5C_%7D1.
- [20] A.I. Larkin et Yu.N. Ovchinnikov. “Vortex motion in superconductors”. In : *Nonequilibrium superconductivity*. Sous la dir. de D.N. Langenberg et A.I. Larkin. I.D. Landau Institute for Theoretical Physics, Academy of Sciences of the USSR, Moscow, USSR : Elsevier science publishers, 1986. Chap. 11.
- [21] A. Díaz, L. Mechin, P. Berghuis et al. “Observation of viscous flux flow in YBa₂Cu₃O₇ low-angle grain boundaries”. In : *Physical Review B* 58.6 (1998), R2960–R2963. ISSN : 0163-1829. DOI : 10.1103/PhysRevB.58.R2960. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.58.R2960>.
- [22] Milind N. Kunchur et David K. Christen. “Observation of Free Flux Flow at High Dissipation Levels in YBa₂Cu₃O₇ Epitaxial Films”. In : *Physical Review Letters* 70.7 (1993).

- [23] B Zeimet, B A Glowacki, Y S Chang et al. “Transport critical current measurements in a pressurised liquid nitrogen vessel”. In : *Applied Superconductivity* (1999), p. 1033–1036.
- [24] M. Therasse, M. Decroux, L. Antognazza et al. “Electrical characteristics of DyBCO coated conductors at high current densities for fault current limiter application”. In : *Physica C : Superconductivity and its Applications* 468.21 (2008), p. 2191–2196. ISSN : 09214534. DOI : 10.1016/j.physc.2008.06.001.
- [25] H. S. Edelman et D. C. Larbalestier. “Resistive transitions and the origin of the n value in superconductors with a Gaussian critical-current distribution”. In : *Journal of Applied Physics* 74.5 (1993), p. 3312–3315. ISSN : 00218979. DOI : 10.1063/1.354554.
- [26] Pierluigi Bruzzone. “The index n of the voltage-current curve, in the characterization and specification of technical superconductors”. In : *Physica C : Superconductivity and its Applications* 401.1-4 (2004), p. 7–14. ISSN : 09214534. DOI : 10.1016/j.physc.2003.09.005.
- [27] J. Herrmann, N. Savvides, K.-H. Müller et al. “Current distribution and critical state in superconducting silver-sheathed (Bi,Pb)-2223 tapes”. In : *Physica C : Superconductivity* 305.1-2 (1998), p. 114–124. ISSN : 09214534. DOI : 10.1016/S0921-4534(98)00295-0. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921453498002950>.
- [28] E. F. Talantsev, A. E. Pantoja, W. P. Crump et al. “Current distribution across type II superconducting films : A new vortex-free critical state”. In : *Scientific Reports* 8.1 (2018), p. 1–9. ISSN : 20452322. DOI : 10.1038/s41598-018-20279-3.
- [29] Roberto Brambilla, Francesco Grilli et Luciano Martini. “Development of an edge-element model for AC loss computation of high-temperature superconductors”. In : *Superconductor Science and Technology* 20.1 (2007), p. 16–24. ISSN : 0953-2048. DOI : 10.1088/0953-2048/20/1/004. URL : <http://stacks.iop.org/0953-2048/20/i=1/a=004?key=crossref.eb92cf62b6e1d1439bafdaae4c0ffea7>.
- [30] J M Doval, A Ramos-Alvarez, D Sonora et al. “Transition to the Normal State Induced by High Current Densities in High-Tc Superconductor Microbridges Under Applied Magnetic Fields”. In : *Ieee Transactions on Applied Superconductivity* 26.3 (2016), p. 2–6. ISSN : 10518223. DOI : 10.1109/TASC.2016.2533558.
- [31] Vincent Berseth. *Complementary documentation for Sci-Consulting’s 8-Channel Isolated Amplifier System : Functional description of the FFT Merge.vi function*. Rapp. tech. Sci-Consulting, 2017, p. 1–3.

- [32] Christian Lacroix et Frederic Sirois. “Concept of a current flow diverter for accelerating the normal zone propagation velocity in 2G HTS coated conductors”. In : *Superconductor Science and Technology* 27.3 (2014). ISSN : 09532048. DOI : 10.1088/0953-2048/27/3/035003.
- [33] Simon Richard, Frédéric Sirois et Christian Lacroix. “Post-processing method for extracting REBCO resistivity of coated conductors in over-critical current conditions from ultra-fast V-I pulsed current measurements”. Soumission en cours d’évaluation.
- [34] J M Doval, J Maza, C Torron et al. “New Measurements of the Transition to the Normal State Induced by High Current Densities in High-Tc Superconductor Microbridges under Thermal Smallness Conditions”. In : *Advances in Science and Technology* 95 (2014), p. 202–206. DOI : 10.4028/www.scientific.net/ast.95.202.
- [35] Milind N. Kunchur. “Novel transport behavior found in the dissipative regime of superconductors”. In : *Modern physics letters B* 9.7 (1995).
- [36] M.T. González, S Vidal, J Viña et al. “Electric field versus current density curves in melt-textured samples of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ under currents well above the critical current”. In : *Physica C* 372-376 (2002), p. 1852–1854.
- [37] R Pecher, M D McCulloch, S J Chapman et al. “3D-modelling of bulk type-II superconductors using unconstrained H-formulation”. In : *6th European Conference on Applied Superconductivity (EUCAS 2003)*. Sorrento, Italy, Sept. 14-18, 2003, (11 pp.)
- [38] François Roy, Bertrand Dutoit, Francesco Grilli et al. “Magneto-thermal modeling of second-generation HTS for resistive fault current limiter design purposes”. In : *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 18.1 (2008), p. 29–35. ISSN : 10518223. DOI : 10.1109/TASC.2008.917576.
- [39] Jesús Maza, Gonzalo Ferro, Manuel Rodríguez Osorio et al. “Analytical approach to the thermal instability of superconducting films under high current densities”. In : *Physical Review B* 84.21 (2011), p. 214530. ISSN : 1098-0121. DOI : 10.1103/PhysRevB.84.214530. URL : <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.214530>.
- [40] Robert H. Romer. “What do “voltmeters” measure?: Faraday’s law in a multiply connected region”. In : *American Journal of Physics* 50.12 (1982), p. 1089–1093. ISSN : 0002-9505. DOI : 10.1119/1.12923. URL : <http://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.12923>.
- [41] Alain Bossavit. “What do voltmeters measure?” In : *COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering* 27.1 (2008), p. 9–16. ISSN : 03321649. DOI : 10.1108/03321640810836582.

- [42] Kirk T McDonald. *Lewin's Circuit Paradox*. Rapp. tech. Princeton University, 2016.
- [43] N Riva, S Richard, F Sirois et al. "Over-Critical Current Resistivity of YBCO Coated Conductors through Combination of Pulsed Current Measurements and Finite Element Analysis". In : *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* (2019). DOI : 10.1109/TASC.2019.2902038.
- [44] Charles P. Bean. "Magnetization of High-Field Superconductors". In : *Reviews of Modern Physics* 36.1 (1964), p. 31–39. ISSN : 0034-6861. DOI : 10.1103/RevModPhys.36.31. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.36.31>.
- [45] A V Bobyl, D. V. Shantsev, Y. M. Galperin et al. "Relaxation of transport current distribution in a YBaCuO strip studied by magneto-optical imaging". In : *Transport* 15 (2002), p. 82–89. ISSN : 0953-2048. DOI : 10.1088/0953-2048/15/1/314.
- [46] E. F. Talantsev, N. M. Strickland, S. C. Wimbush et al. "The onset of dissipation in high-temperature superconductors : Self-field experiments". In : *AIP Advances* 7.12 (2017). ISSN : 21583226. DOI : 10.1063/1.4997261.
- [47] Kailash Prasad Thakur, Ashish Raj, Ernst Helmut Brandt et al. "Frequency-dependent critical current and transport ac loss of superconductor strip and Roebel cable". In : *Superconductor Science and Technology* 24.6 (2011). ISSN : 09532048. DOI : 10.1088/0953-2048/24/6/065024.
- [48] Frédéric Sirois, Jonathan Coulombe et Antoine Bernier. "Characterization of the superconducting to normal transition of HTS coated conductors by fast pulsed current measurements". In : *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 19.3 (2009), p. 3585–3590. ISSN : 10518223. DOI : 10.1109/TASC.2009.2018304.
- [49] B Wuyts, V V Moshchalkov et Y Bruynseraede. "Resistivity and Hall effect of metallic oxygen-deficient YBa₂Cu₃O_x films in the normal state". In : *Physical Review B* 53.14 (1996), p. 9418–9432. DOI : 10.1103/PhysRevB.53.9418.
- [50] Kouichi Semba, Azusa Matsuda et Takao Ishii. "Normal and superconductive properties of Zn-substituted single-crystal YBa₂(Cu_{1-x}Zn_x)₃O_{7-δ}". In : *Physical Review B* 49.14 (1994), p. 43–46. DOI : 10.1103/PhysRevB.49.10043.
- [51] A. V. Samoilov, M. Konczykowski, N. C. Yeh et al. "Electric-field-induced electronic instability in amorphous Mo₃Si superconducting films". In : *Physical Review Letters* 75.22 (1995), p. 4118–4121. ISSN : 00319007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.75.4118.
- [52] J. Herrmann, N. Savvides et K. H. Muller. "Transport current distribution in (Bi,Pb)-2223/Ag tapes". In : *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 9.2 PART 2 (1999), p. 1824–1827. ISSN : 10518223. DOI : 10.1109/77.784811.

- [53] S. Reymond, L. Antognazza, M. Decroux et al. “Current-induced highly dissipative domains in high- T_c thin films”. In : *Physical Review B* 66.1 (2002), p. 014522. ISSN : 0163-1829. DOI : 10.1103/PhysRevB.66.014522. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.66.014522>.
- [54] A. Leo, G. Grimaldi, A. Guarino et al. “Quenching Current by Flux-Flow Instability in Iron-Chalcogenides Thin Films”. In : *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 27.4 (2017). ISSN : 10518223. DOI : 10.1109/TASC.2016.2633407.
- [55] Milind N. Kunchur. “Unstable Flux Flow due to Heated Electrons in Superconducting Films”. In : *Physical Review Letters* 89.13 (2002), p. 137005. ISSN : 0031-9007. DOI : 10.1103/PhysRevLett.89.137005. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.89.137005>.
- [56] Severiano R. Currás, J. Viña, M. Ruibal Acuña et al. “Normal-state resistivity versus critical current in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ thin films at high current densities”. In : *Physica C* 372-376 (2002), p. 1095–1098. ISSN : 09214534. DOI : 10.1016/S0921-4534(02)00851-1. URL : <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN%7B%5C%7Dcpsidt=13886653>.

ANNEXE A Force visqueuse quadratique et son effet sur le modèle du *flux flow*

On peut reprendre le calcul de la résistivité en *flux flow*, ρ_{ff} , de la section 1.1.4, mais en incluant un terme quadratique à la force visqueuse F_v . Pour simplifier, on abandonne la notation vectorielle et on considère que la force d'ancrage est nulle, c'est-à-dire que J_c est nul. Cette dernière simplification est équivalente à faire un changement de variable de J vers $J - J_c$. Nous avons donc

$$F_L = J\phi_0, \quad (\text{A.1})$$

$$F_v = -\eta_{lin}v - \eta_{quad}v^2, \quad (\text{A.2})$$

$$E = Bv, \quad (\text{A.3})$$

où η_{lin} est le coefficient linéaire de la force visqueuse, η_{quad} en est le coefficient quadratique et v est la vitesse des vortex. À très grand courant, v est très élevée et on peut considérer que $\eta_{lin}v \ll \eta_{quad}v^2$, (A.2) devient donc $F_v = -\eta_{quad}v^2$. À l'équilibre, $F_v + F_L = 0$, ce qui mène à

$$v = \sqrt{\frac{J\phi_0}{n_{quad}}}. \quad (\text{A.4})$$

En insérant (A.4) dans (A.3), on obtient

$$E = B\sqrt{\frac{J\phi_0}{n_{quad}}},$$

$$\rho_{ff} = \frac{E}{J} = B\sqrt{\frac{\phi_0}{n_{quad}}} \frac{1}{\sqrt{J}}. \quad (\text{A.5})$$

L'équation (A.5) indique que la résistivité en *flux flow* peut diminuer lorsque J augmente dans le cas limite où la partie linéaire de F_v est négligeable. Il est important de remarquer que les pertes $Q = EJ$ augmentent avec J même si la résistivité diminue. Dans le cas contraire, le supraconducteur fournirait de l'énergie lorsque le courant augmente, ce qui aurait été un résultat aberrant. On peut conclure que ρ_{ff} n'est pas constant avec le courant si la force visqueuse n'est pas linéaire avec la vitesse.

ANNEXE B Exemples de mesure

Cette annexe a pour but de présenter des exemples de mesures expérimentales obtenues avec la source rapide. Toutes les mesures présentées dans cette section ont été mesurées sur une longueur de 3,4 cm sur l'échantillon SP03R dans l'azote liquide (à 77 K) et en absence de champ magnétique externe. Dans ces conditions, le courant critique de cet échantillon est de 91 A. Le temps de montée en courant est de 10 μ s pour toutes les mesures.

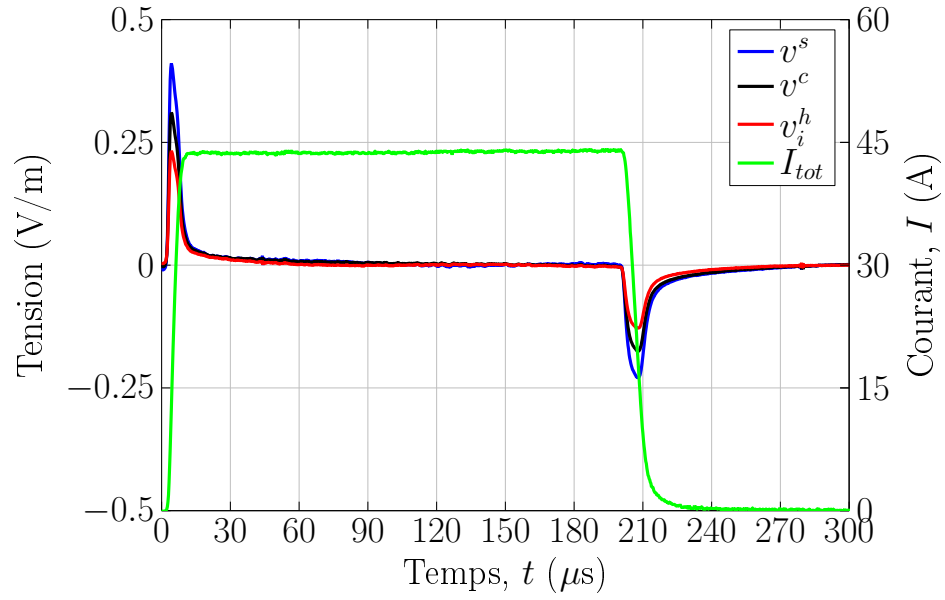


Figure B.1 Exemple d'un pulse de 44 A. Dans ce régime, les tensions inductives parasites dominent la mesure.

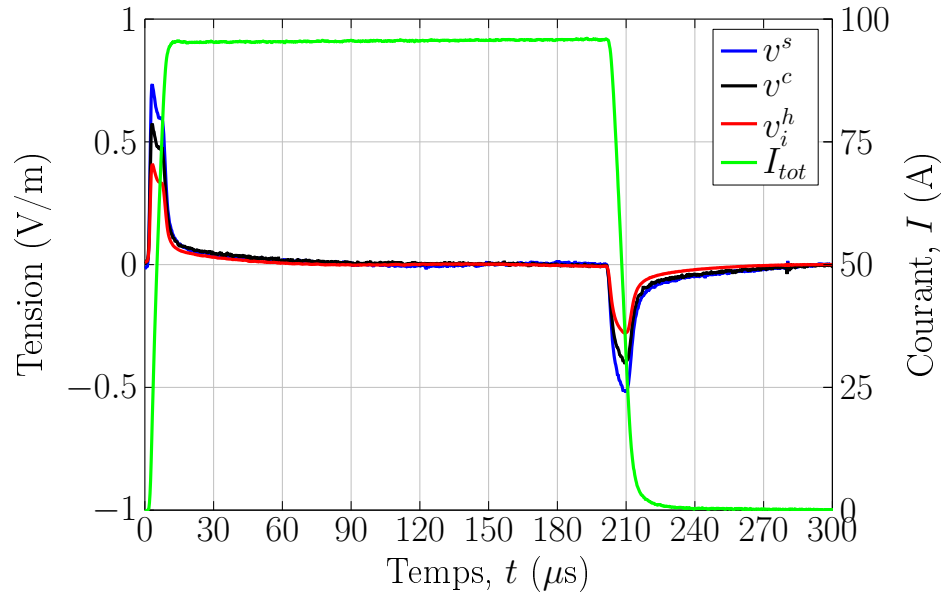


Figure B.2 Exemple d'un pulse de 95 A.

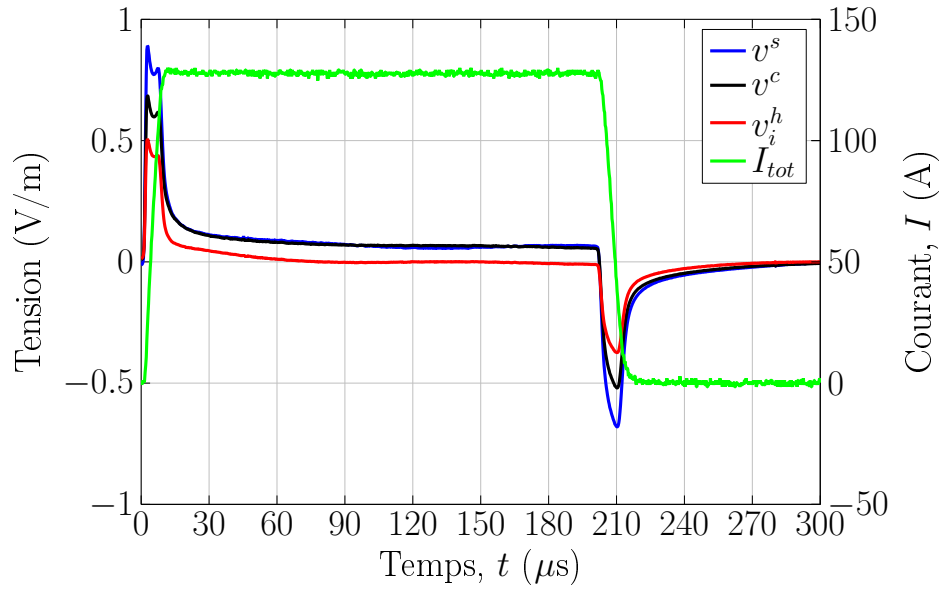


Figure B.3 Exemple d'un pulse de 129 A. On remarque qu'il commence à y avoir de la dissipation, car les tensions mesurées convergent vers un plateau de valeur non nulle.

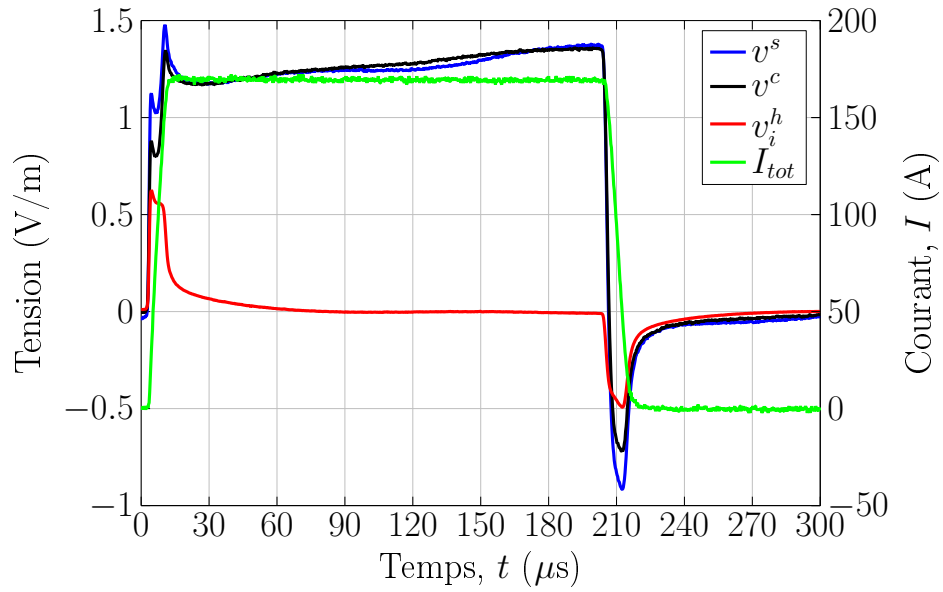


Figure B.4 Exemple d'un pulse de 171 A. La dissipation est importante et il commence à y avoir de l'échauffement. On remarque également des oscillations dans la reconstruction de la mesure de v^s , mais leur amplitude est faible.

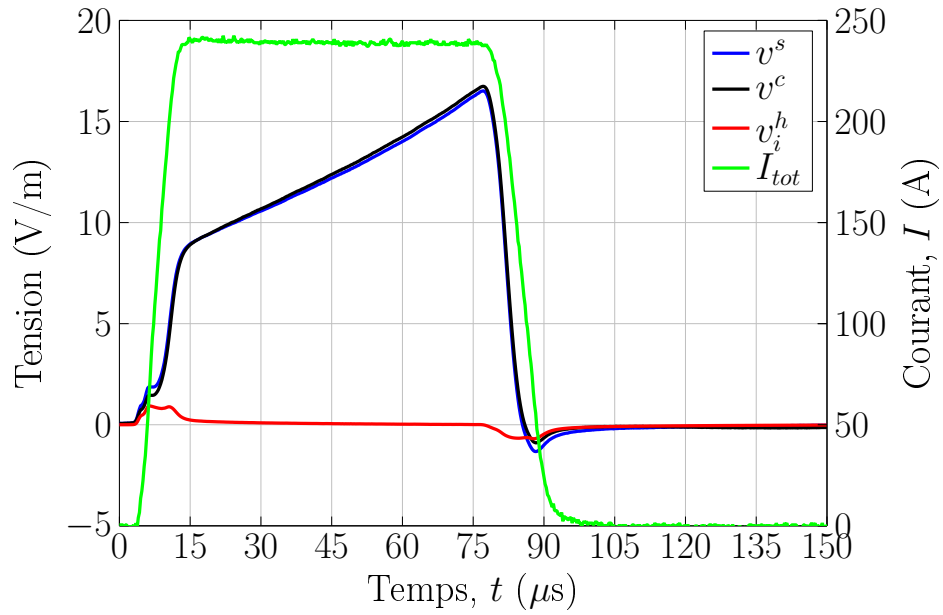


Figure B.5 Exemple d'un pulse de 240 A. La relaxation magnétique est très rapide et v^c tend rapidement vers v^s . De plus, la tension induite parasite est de plus en plus négligeable dans la mesure, c'est-à-dire que la tension résistive domine la mesure.

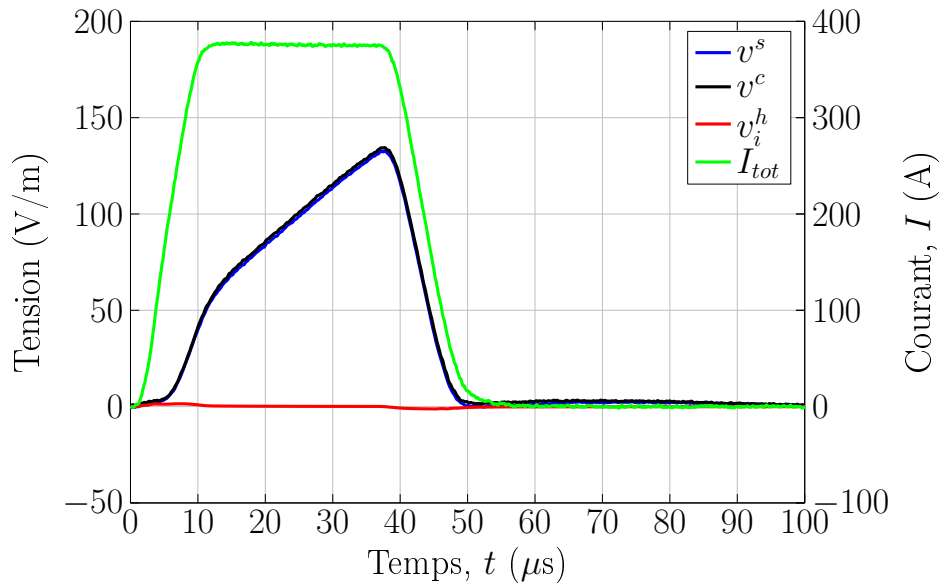


Figure B.6 Exemple d'un pulse de 378 A. À des courants aussi élevés, les tensions induites parasites et la relaxation magnétique sont négligeables et la tension augmente rapidement en réponse à l'échauffement.

ANNEXE C Fonction de Green de l'équation de la chaleur en 1D et application au modèle UC

On veut résoudre l'équation de la chaleur en 1D, c'est-à-dire qu'on considère que le profil de température varie seulement sur l'épaisseur de l'échantillon. La méthode présentée dans cette annexe est généralisée au problème en 2D à l'annexe D. L'approximation 1D est parfaitement justifiée pour les rubans STI. Cependant, un modèle 1D pour aussi être utilisé pour les rubans SP si on néglige l'argent sur les côtés de celui-ci. De plus, on considère que les échauffements calculés sont faibles et donc que la conductivité thermique et la capacité calorifique sont constantes dans le temps. On doit donc résoudre

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} &= -Q(x, t), \\ Q(x, t) &= \vec{E}(x, t) \cdot \vec{J}(x, t). \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

On considère qu'on n'a que trois matériaux, soit de l'argent, un supraconducteur (REBCO) et de l'hastelloy. On a donc

$$\begin{aligned} \kappa(x) &= \begin{cases} \kappa_a, & 0 < x < x_1, \\ \kappa_s, & x_1 < x < x_2, \\ \kappa_h, & x_2 < x < x_3, \end{cases} \\ c_v(x) &= \begin{cases} c_a, & 0 < x < x_1, \\ c_s, & x_1 < x < x_2, \\ c_h, & x_2 < x < x_3, \end{cases} \end{aligned}$$

où $x_1 = 2 \mu\text{m}$, $x_2 = 3 \mu\text{m}$ et $x_3 = 53 \mu\text{m}$. Cette géométrie est similaire à celle de la figure 1.2 mais avec $50 \mu\text{m}$ d'hastelloy au lieu de $100 \mu\text{m}$. Il est maintenant nécessaire d'imposer les conditions frontières. La première condition est la condition adiabatique en 0 et x_3 . On a donc

$$0 = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0}, \quad (\text{C.2})$$

$$0 = \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_3}. \quad (\text{C.3})$$

La deuxième condition est la continuité de la température dans tout l'échantillon, ce

qui mène à

$$T(x_1^-) = T(x_1^+), \quad (\text{C.4})$$

$$T(x_2^-) = T(x_2^+), \quad (\text{C.5})$$

où on a utilisé la notation x_1^- pour désigner la limite par la gauche et x_1^+ la limite par la droite. En insérant cette condition de continuité dans (C.1), on remarque que le terme $c_v(x) \frac{\partial T(x,t)}{\partial t}$ est discontinu, mais il est défini sur tout le domaine. Ceci implique que $\kappa(x) \frac{\partial T}{\partial x}$ doit être continu pour que sa dérivée soit définie sur tout le domaine. Cette condition est équivalente à une condition de continuité du flux thermique $\kappa(x) \frac{\partial T}{\partial x}$. On a donc

$$\kappa_a \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_1^-} = \kappa_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_1^+}, \quad (\text{C.6})$$

$$\kappa_s \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_2^-} = \kappa_h \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=x_2^+}. \quad (\text{C.7})$$

Pour résoudre (C.1), il est nécessaire de fournir une condition initiale. Pour les cas qui nous intéressent, on prend simplement $T(x, 0) = T_0$.

Il est utile d'utiliser la fonction de Green $T_G(x, t, x_0, t_0)$ pour résoudre ce problème, car elle est indépendante de la source de chaleur. T_G doit respecter les mêmes conditions frontières que $T(x, t)$, mais, pour simplifier, on impose que $T_G(x, 0, x_0, y_0) = 0$. On obtient

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial T_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial T_G}{\partial t} = -\delta(x - x_0) \delta(t - t_0), \quad (\text{C.8})$$

$$T(x, t) = \int_0^{x_3} \int_0^\infty T_G(x, t, x_0, t_0) Q(x_0, t_0) dt_0 dx_0 + T_0. \quad (\text{C.9})$$

L'équation (C.8) ne dépend que de $t' = t - t_0$. L'équation (C.8) se réécrit donc

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial T_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial T_G}{\partial t'} = -\delta(x - x_0) \delta(t'), \quad (\text{C.10})$$

où on a $T_G(x, x_0, t')$. On pose que

$$T_G(x, x_0, t') = \Gamma_G(x, x_0, t') u(t'), \quad (\text{C.11})$$

où $u(t')$ est la fonction d'Heaviside. On a que $t' \leq 0 \quad \forall t = 0$. L'équation (C.11) implique donc que

$$T_G(x, x_0, t') = 0 \quad \forall t = 0, \quad (\text{C.12})$$

ce qui nous assure que la condition initiale est respectée. Ensuite, on insère (C.11) dans (C.8)

$$u(t') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} \right] = \delta(t') [c_v(x) \Gamma_G - \delta(x - x_0)]. \quad (\text{C.13})$$

Le terme de droite de (C.13) est toujours égal à zéro $\forall t' \neq 0$. On a donc

$$\begin{aligned} u(t') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} \right] &= 0 \quad \forall t' \neq 0, \\ \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} &= 0 \quad \forall t' > 0. \end{aligned} \quad (\text{C.14})$$

Il existe une infinité de solutions à (C.14). Ces solutions sont l'ensemble des fonctions propres G_n de (C.14) qui ont une valeur propre nulle. Γ_G doit donc obligatoirement pouvoir s'écrire sous la forme d'une somme de l'ensemble des G_n de sorte que Γ_G satisfasse (C.14). Sous forme d'équations, ceci se traduit par

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial G_n}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial G_n}{\partial t'} = 0 \quad \forall t' > 0, \quad (\text{C.15})$$

$$\Rightarrow \Gamma_G(x, x_0, t') = \sum_{n=0}^{\infty} b_n G_n(x, x_0, t'), \quad (\text{C.16})$$

où les b_n sont des constantes à déterminer. L'équation (C.15) est une équation à variables séparables. On pose donc que

$$G_n = v_n(x) f_n(t') h_n(x_0). \quad (\text{C.17})$$

On insère (C.17) dans (C.15) et on obtient

$$\begin{aligned} f_n(t') h_n(x_0) \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial v_n(x)}{\partial x} \right) - c_v(x) v_n(x) h_n(x_0) \frac{\partial f_n(t')}{\partial t'} &= 0, \\ \frac{1}{c_v(x) v_n(x)} \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial v_n(x)}{\partial x} \right) &= \frac{1}{f_n(t')} \frac{\partial f_n(t')}{\partial t'} = -\lambda_n^2, \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

où λ_n^2 est la constante de séparation. Il est trivial de voir que le cas où λ_n^2 est négatif n'est pas une solution possible, car les solutions de $v_n(x)$ correspondantes sont des exponentielles qui ne peuvent pas satisfaire les conditions frontières adiabatiques (C.2) et (C.3). La solution pour $f_n(t')$ est triviale et vaut

$$f_n(t') = e^{-\lambda_n^2 t'}, \quad (\text{C.19})$$

où on a inclus la constante multipliant l'exponentielle dans $h_n(x_0)$. La condition initiale est déjà respectée à cause de la forme de (C.11).

Par contre, il est nécessaire que les $v_n(x)$ satisfassent les conditions frontières adiabatiques et qu'ils soient continus pour que Γ_G le soit. De plus, la continuité des $v_n(x)$ impose que le flux $\kappa(x)\frac{\partial v_n(x)}{\partial x}$ doit être continu pour les mêmes raisons qui ont mené à (C.6) et à (C.7). On peut maintenant résoudre (C.18) pour $v_n(x)$. On obtient

$$v_n(x) = \begin{cases} \cos(\lambda_n \sqrt{\frac{c_a}{\kappa_a}} x), & 0 < x < x_1 \\ a_n \cos(\lambda_n \sqrt{\frac{c_s}{\kappa_s}} x) + B_n \sin(\lambda_n \sqrt{\frac{c_s}{\kappa_s}} x), & x_1 < x < x_2 \\ c_n \cos(\lambda_n \sqrt{\frac{c_h}{\kappa_h}} x) + d_n \sin(\lambda_n \sqrt{\frac{c_h}{\kappa_h}} x), & x_2 < x < x_3 \end{cases} \quad (\text{C.20})$$

où la condition adiabatique en $x = 0$ a déjà été imposée et, encore une fois, on a inclus la constante de normalisation dans $h_n(x_0)$.

Pour déterminer les valeurs de a_n , B_n , c_n , d_n et λ_n , il est nécessaire d'imposer les conditions de continuité de $v_n(x)$, de continuité du flux $\kappa(x)\frac{\partial v_n(x)}{\partial x}$ et la condition adiabatique restante à $x = x_3$. L'étape de résoudre le système d'équations obtenu n'est pas décrite, car elle est simple mais longue et mène à une équation transcendante. Le nombre d'équations à résoudre est de $2N - 1$, où N est le nombre de domaines ayant une conductivité thermique et une capacité thermique constantes. Il est donc nécessaire de résoudre 5 équations dans notre cas (nous avons 5 inconnues). Pour des géométries complexes, l'utilisation d'une méthode matricielle est recommandée pour la résolution de ce système d'équations. Pour la suite de la démarche, nous considérons simplement que a_n , B_n , c_n , d_n et λ_n sont connus. On définit $v_0 = 1$ et $\lambda_0 = 0$.

La dernière étape nécessaire pour résoudre (C.8) est de déterminer les b_n et les $h_n(x_0)$. Pour ce faire, il faut utiliser le membre de droite de (C.13). On commence par intégrer (C.13) sur t' . On a

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} u(t') \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} \right] dt' &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t') [c_v(x) \Gamma_G - \delta(x - x_0)] dt', \\ \int_0^{\infty} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial x} \right) - c_v(x) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} \right] dt' &= c_v(x) \Gamma_G(x, x_0, t' = 0) - \delta(x - x_0), \\ \int_0^{\infty} 0 dt' &= c_v(x) \Gamma_G(x, x_0, t' = 0) - \delta(x - x_0), \\ \Rightarrow c_v(x) \Gamma_G(x, x_0, t' = 0) - \delta(x - x_0) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

où on a utilisé (C.14). On insère (C.16) dans (C.21) et on utilise (C.17). Avec (C.19), on a

simplement que $f_n(t' = 0) = 1$. On obtient

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n c_v(x) v_n(x) h_n(x_0) = \delta(x - x_0). \quad (\text{C.22})$$

Pour se débarrasser du terme en x , on multiplie (C.22) par $\sum_{m=0}^{\infty} v_m(x)$ et on intègre sur x . On obtient

$$\begin{aligned} \int_0^{x_3} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} b_n h_n(x_0) c_v(x) v_n(x) v_m(x) dx &= \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{x_3} \delta(x - x_0) v_m(x) dx, \\ \sum_{n=0}^{\infty} b_n h_n(x_0) \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{x_3} c_v(x) v_n(x) v_m(x) dx &= \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x_0), \\ \alpha_n &:= \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{x_3} c_v(x) v_n(x) v_m(x) dx, \end{aligned} \quad (\text{C.23})$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} b_n h_n(x_0) \alpha_n &= \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x_0), \\ \Rightarrow b_n h_n(x_0) \alpha_n &= v_n(x_0), \\ b_n h_n(x_0) &= \frac{v_n(x_0)}{\alpha_n} \end{aligned} \quad (\text{C.24})$$

Pour obtenir la solution de (C.8), il suffit de combiner (C.24), (C.23), (C.19), (C.20), (C.17), (C.16) et (C.11) et de remplacer t' par $t - t_0$. On obtient finalement

$$T_G(x, x_0, t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_n(x) v_n(x_0)}{\alpha_n} e^{-\lambda_n^2(t-t_0)} u(t - t_0). \quad (\text{C.25})$$

Pour obtenir la température, on insère (C.25) dans (C.9). On obtient

$$T(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_n(x) e^{-\lambda_n^2 t}}{\alpha_n} \int_0^{x_3} \int_0^t v_n(x_0) e^{\lambda_n^2 t_0} Q(x_0, t_0) dt_0 dx_0 + T_0, \quad (\text{C.26})$$

où $v_n(x)$ est donné par (C.20).

L'équation (C.26) est la solution analytique de (C.1). Cependant, les valeurs propres λ_n doivent être trouvées numériquement. Cette solution n'est valide qu'avec les hypothèses décrites au début de cette section. Entre autres, la conductivité thermique et la capacité calorifique sont considérées indépendantes du temps, ce qui n'est valide que si l'échauffement calculé est faible ou que les propriétés des matériaux étudiés varient peu près de T_0 .

Un autre avantage de (C.26) est que cette équation est une solution analytique du modèle UC. En effet, on peut utiliser le profil de température calculé à un pas de temps pour

calculer l'échauffement $Q(x, t)$ au pas de temps suivant. Il s'agit d'une méthode explicite. Les pas de temps de la discrétisation temporelle doivent être courts, car il y a une accumulation d'erreurs liée aux méthodes explicites. De plus, avant d'utiliser (C.26) pour l'analyse de mesures expérimentales, il est nécessaire d'étudier l'erreur causée par l'approximation que les propriétés thermiques des matériaux sont indépendantes du temps. Malgré tout, il est intéressant de comparer la solution analytique avec la solution obtenue en utilisant des éléments finis. Ce travail a été fait pour une mesure d'un échantillon STI. La figure C.1 montre le pulse expérimental utilisé, tandis que la figure C.2 compare le profil de température obtenu avec le modèle UC implémenté dans le logiciel d'éléments finis COMSOL 4.3b avec le profil de température obtenu en utilisant (C.26) pour résoudre le modèle UC. Notons que les propriétés thermiques des matériaux ont aussi été considérées indépendantes du temps pour le calcul d'éléments finis. La figure C.2 valide (C.26), car les deux méthodes de calcul concordent. On remarque que cette mesure a été prise dans le cryostat avant sa calibration, c'est-à-dire que la température initiale réelle n'est probablement pas de 40 K. Néanmoins, il demeure tout à fait valide d'utiliser la mesure de la figure C.1 pour comparer la solution analytique du modèle UC avec la solution par éléments finis.

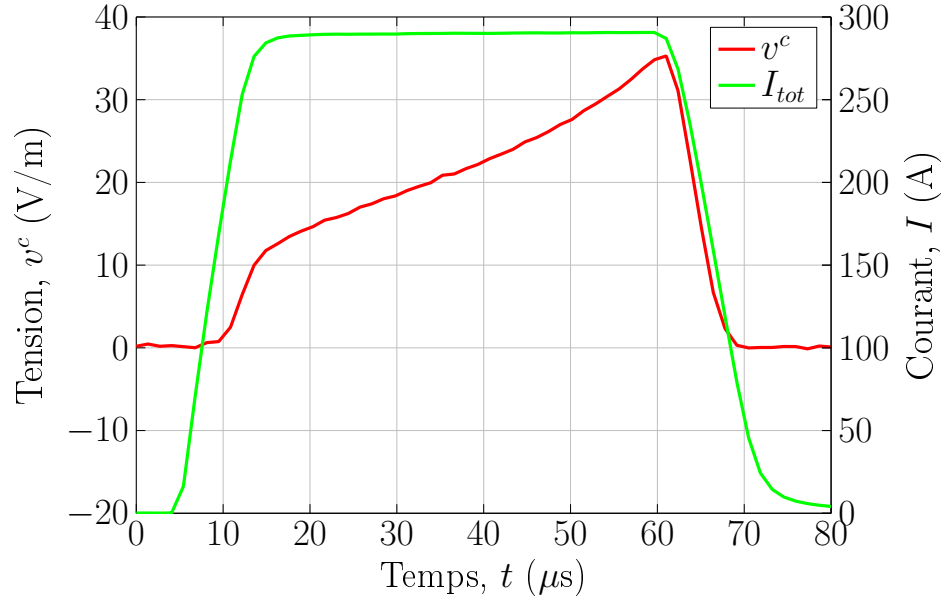


Figure C.1 Mesures expérimentales du courant et de la tension d'un pulse.

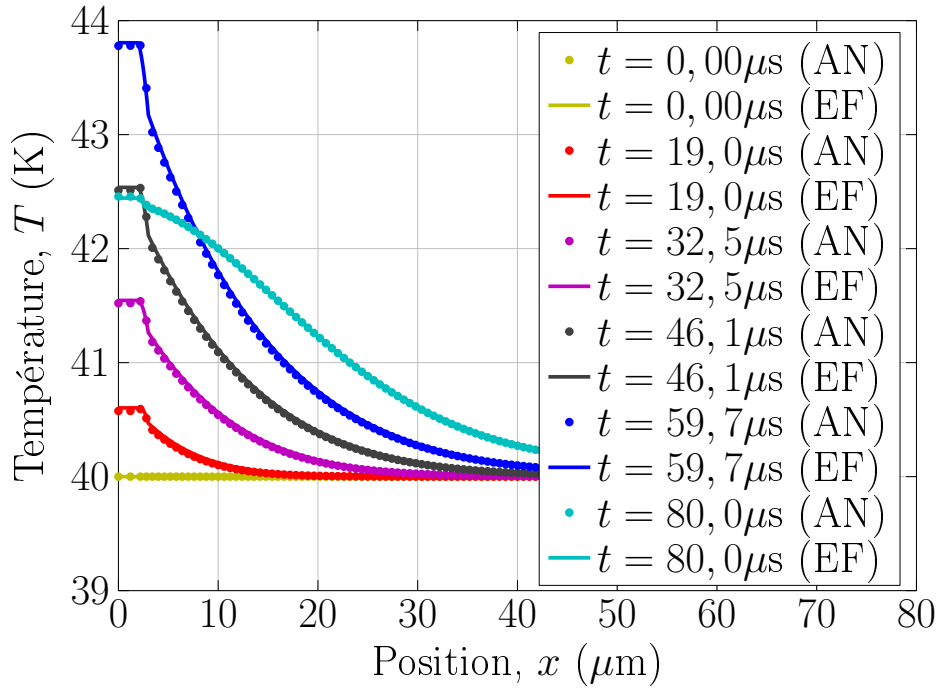


Figure C.2 Comparaison entre les profils de température de la solution analytique (AN) du modèle UC en 1D avec ceux de la solution par éléments finis (EF) du modèle UC en 1D. Le pulse utilisé est celui de la figure C.1.

ANNEXE D Solution de Green en 2D

On peut généraliser la démarche de l'annexe C pour le cas 2D. L'équation de la chaleur en 2D est

$$\nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla T(x, y, t)) - c_v(x, y) \frac{\partial T(x, y, t)}{\partial t} = -Q(x, y, t), \quad (\text{D.1})$$

où $Q(x, y, t) = E(x, y, t)J(x, y, t)$. Encore une fois, on considère que la conductivité thermique et la capacité calorifique ne varient pas dans le temps, c'est-à-dire qu'elles ne dépendent pas de la température et/ou que la variation de température est faible. On considère aussi que $\kappa(x, y)$ et $c_v(x, y)$ sont constants par morceau, c'est-à-dire que

$$\kappa(x, y) = \begin{cases} \kappa_1, & \forall x, y \in \text{Domaine 1} \\ \kappa_2, & \forall x, y \in \text{Domaine 2} \\ \dots & \\ \kappa_i, & \forall x, y \in \text{Domaine } i \end{cases}$$

$$c_v(x, y) = \begin{cases} c_1, & x, y \in \text{Domaine 1} \\ c_2, & x, y \in \text{Domaine 2} \\ \dots & \\ c_i, & x, y \in \text{Domaine } i \end{cases}$$

La condition initiale est que $T(x, y, 0) = T_0$ et on considère le cas adiabatique. Comme pour le cas 1D, (D.1) impose une condition de continuité du flux $\kappa(x, y) \nabla T(x, y, t)$, car T est continu.

À partir d'ici, la démarche est très similaire au cas 1D et nous nous contenterons d'en énoncer les grandes lignes. D'abord, on a

$$\nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0)) - c_v(x, y) \frac{\partial T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0)}{\partial t} = -\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(t - t_0), \quad (\text{D.2})$$

$$T(x, y, t) = \iiint T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0) Q(x_0, y_0, t_0) dt_0 dx_0 dy_0 + T_0. \quad (\text{D.3})$$

où $T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0)$ est la solution de Green. T_G respecte les mêmes conditions frontières, de continuité et de continuité du flux que T . Par contre, on a que $T_G(x, x_0, y, y_0, 0, t_0) = 0$.

L'équation (D.2) ne dépend que de $t' = t - t_0$, on a donc

$$\nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla T_G(x, x_0, y, y_0, t')) - c_v(x, y) \frac{\partial T_G(x, x_0, y, y_0, t')}{\partial t'} = -\delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(t'). \quad (\text{D.4})$$

On pose que

$$T_g(x, x_0, y, y_0, t') = u(t') \Gamma_G(x, x_0, y, y_0, t'), \quad (\text{D.5})$$

ce qui assure que la condition initiale est respectée de la même manière que pour (C.12). On insère (D.5) dans (D.4), ce qui mène à

$$u(t') \left[\nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla \Gamma_G) - c_v(x, y) \frac{\partial \Gamma_G}{\partial t'} \right] = \delta(t') [c_v(x, y) \Gamma_G - \delta(x - x_0) \delta(y - y_0)]. \quad (\text{D.6})$$

En utilisant la même démarche qui nous a permis d'arriver à (C.14), (C.15) et (C.16), on arrive à

$$\nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla G_n) - c_v(x, y) \frac{\partial G_n}{\partial t'} = 0 \quad \forall \quad t' > 0, \quad (\text{D.7})$$

$$\Gamma_G(x, x_0, y, y_0, t') = \sum_{n=0}^{\infty} b_n G_n(x, x_0, y, y_0, t'), \quad (\text{D.8})$$

où les b_n sont des coefficients à déterminer. L'équation (D.7) est une équation à variable séparable. On a

$$G_n(x, x_0, y, y_0, t') = v_n(x, y) f_n(t') h_n(x_0, y_0). \quad (\text{D.9})$$

On insère (D.9) dans (D.7) et on obtient

$$-\lambda_n^2 = \frac{1}{c_v(x, y) v_n(x, y)} \nabla \cdot (\kappa(x, y) \nabla v_n(x, y)), \quad (\text{D.10})$$

$$-\lambda_n^2 = \frac{1}{f_n(t')} \frac{\partial f_n(t')}{\partial t'}, \quad (\text{D.11})$$

où $-\lambda_n^2$ est le coefficient de séparation de variables. L'équation (D.11) est identique à la partie temporelle du problème 1D, on a donc encore que

$$f_n(t') = e^{-\lambda_n^2 t'}. \quad (\text{D.12})$$

La forme de $v_n(x, y)$ dépend de la géométrie du problème. De plus, (D.10) peut être complexe à résoudre, car il n'est pas toujours possible d'utiliser la séparation de variables. Les $v_n(x, y)$ doivent respecter les conditions frontières adiabatiques, être continus et avoir un

flux $\kappa(x, y)\nabla v_n(x, y)$ continu. Pour la suite de la démarche, on considère simplement que les $v_n(x, y)$ sont connus.

Pour déterminer les $h_n(x_0, y_0)$, on utilise la même méthode que pour trouver $h_n(x_0)$ dans le cas 1D, c'est-à-dire qu'on intègre (D.6) sur t' , ce qui mène à

$$c_v(x, y)\Gamma_G(x, x_0, y, y_0, t' = 0) - \delta(x - x_0)\delta(y - y_0) = 0, \quad (\text{D.13})$$

$$\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} c_v(x, y)b_nv_n(x, y)h_n(x_0, y_0) = \delta(x - x_0)\delta(y - y_0), \quad (\text{D.14})$$

où on a utilisé que $f_n(t' = 0) = 1$. On multiplie (D.14) par $\sum_{m=0}^{\infty} v_m(x, y)$ et on intègre le tout sur y et x . De manière similaire au cas 1D, on obtient

$$b_nh_n(x_0, y_0) = \frac{v_n(x_0, y_0)}{\alpha_n}, \quad (\text{D.15})$$

où

$$\alpha_n = \sum_{m=0}^{\infty} \iint c_v(x, y)v_n(x, y)v_m(x, y) dx dy. \quad (\text{D.16})$$

Pour obtenir $T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0)$, on combine (D.5), (D.8), (D.12), (D.15) et (D.16), ce qui donne

$$T_G(x, x_0, y, y_0, t, t_0) = \sum_{n=0}^{\infty} v_n(x, y) \frac{v_n(x_0, y_0)}{\alpha_n} e^{-\lambda_n^2(t-t_0)} u(t - t_0). \quad (\text{D.17})$$

On insère (D.17) dans (D.3), ce qui mène à

$$T(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_n(x, y)e^{-\lambda_n^2 t}}{\alpha_n} \iiint v_n(x_0, y_0)e^{\lambda_n^2 t_0} u(t - t_0) Q(x_0, y_0, t_0) dt_0 dx_0 dy_0 + T_0. \quad (\text{D.18})$$

L'équation (D.18) est la solution analytique de (D.1) et peut donc être utilisé pour résoudre le modèle UC en 2D. Cependant, il est nécessaire de résoudre (D.10) avant d'utiliser (D.18). Notons que cette solution peut se généraliser en N dimensions, la seule différence étant l'équation à résoudre pour déterminer les v_n .